

Ver2016-Feb-29-Final

科学研究効率化の学術資料

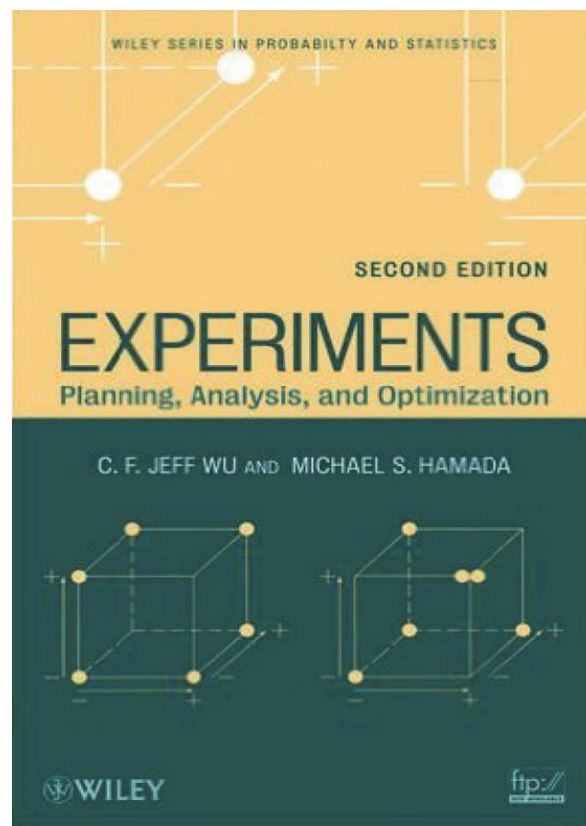
Wu & Hamada 第11章

[ロバストパラメータ設計序論]

C.F.JEFF WU and MICHAL S.HAMADA

Chapter11

Introduction to Robust Parameter Design



森技術士事務所
森輝雄

ISBN:978-4-9902470-5-8

翻訳担当：静岡品質工学研究会

---(第1版 Version:29Feb,2016)---

翻訳と学術資料としての配布にあたって

本資料は、ばらつき削減を目的とする設計手段に関わる研究資料である。米国統計学会の重鎮（元米国統計学会会長）C. F. JEFF WU 博士と MICHAL S. HAMADA 博士とが共著で Box-Hunter 以降の近代数理統計学を集大成した学習書（“実験計画の解析と最適化”）を出版した。

この学習書は、統計学専攻の標準テキストとして米国で採用されている。今回の翻訳対象は「ばらつき削減研究」に関する第 11 章で、事例を取り上げながら解り易く解説されている。同時に、その最適化工程の数理に 42 件の学術文献と対比しながら問題点の指摘し数理統計学から学術的に検証する。

著者 Wu 博士には、この翻訳文が学術資料として参照されることを前提とし複写制限をしない無償配布に賛同していただいた。研究者の「実験の効率化研究」と品質問題に解を与える「ばらつき削減研究」に広く貢献することを期待されている。

1： ロバストパラメータ設計

ロバストパラメータ設計は、製造工程や使用の場での製品や部品の出力のばらつきを削減する設計手段である。1980 年以前、ばらつき削減といえば、ばらつき原因を特定し狭い範囲に管理する方法がとられていたが、1980 年初頭に田口玄一氏（以下田口と呼称）から制御因子の水準組み替えでばらつき削減する方法が提案された。ばらつき削減の具体的手段には、応答解析に代表されるような主に生データそのものを適用する多項式モデルと SN 比に代表されるような数値変換した生値データとは別形式となる解析指標モデルがある。

翻訳対象とした第 11 章は、この双方のモデルを含み、平均-分散モデル、応答解析、直積と単体(single)直交表、直交表の交絡、ロバスト設計の解析工程、SN 比の数理構造、調合ノイズの問題点、要約まとめ、演習問題と 42 個の学術文献紹介で構成されている。

（ロバスト設計・タグチメソッドは米国で商標登録されており章タイトルとしては使用できないためロバストパラメータ設計とされている。日本では、要因効果図・分散分析が一般的であるが第 11 章の解析評価に“半正規プロット”が採用されている。足羽晋也氏による汎用ソフトを利用した計算解析例を別途資料として用意したので参照されたい。）

2： 翻訳した文献

対象文献は、C.F.JEFF WU 博士と MICHAL S.HAMADA 博士により作成されたテキストで、統計解析と最適化計画に関する以下のテキストである。

「Experiments: Planning, Analysis, and Optimization」 2nd Edition(2009):Wiley USA

序文によれば、このテキストは Box・Hunter の古典的テキストに対して 1978 年以降の近代統計数理を取り込んでいる。その内容は、古典統計(第 1-8 章)をはじめとし、Plackett-Burman (第 8 章)、交絡問題(第 9 章)、応答解析(第 10 章)、ロバストパラメータ設計(第 11 章)、動特性解析 (第 12 章)、信頼性(第 13 章)の中でベイジアン解析、過飽和計画、近直交表もあり、統計学の修士・博士課程の講義に使用されており、米国の統計教育のバイブル的存在となっている。

3： C.F.JEFF WU (呉建福)博士について

博士は、台湾出身であり大学の研究活動と統計教育に従事している。現在ジョージア工科大学(GIT)の統計工学教授である。この統計部門での大学ランクは世界第 4 位でいかなるアジア域大学のランクよりも高い。博士は、1980 年初頭に日本車の輸入車が米国自動車の国内販売の 68%にも達し脅威に感じた米国は、“日本の自動車製造の調査のために調査団を派

遣したが博士はその一人であった。この調査団との討論会は中部品質協会でも開催され日本側から森輝雄と井上清和氏（当時：日本電装）が参加した。Wu博士と翻訳者森の最初の出会いはこの会場であった。これ以降、Wu博士は田口の最適化工程を学術研究の対象とする。博士は米国統計界の第一人者であり、2013 年には米国統計学会の会長をしている。2012 年には、日本の旧文科省統計数理研究所で講演をされている。博士の研究室には、アジアの国から博士留学生が多数存在しており、育成した Ph. D(博士課程)修了者は 40 数名に至る。詳細は、ジョージア工科大学の教授紹介を参照していただきたい。

4：翻訳許可依頼と翻訳分の公開方法

森からWu博士に直接連絡し、Wu博士からHAMADA博士に連絡をしていただき翻訳許可を頂いた。翻訳許可は、翻訳文が「科学技術研究の効率化」に貢献することが前提で複写制限なしで無償公開することであった。両博士の寛大なご判断に敬意を払いたい。

5：翻訳上の問題点

翻訳作業は、静岡品質工学研究会 (Team “Shizuoka”)の会員が分担した。統計数理と英語文献を読むことはなかった会員にとって翻訳は難題であった。解決手段とし貞松伊鶴氏にお願いし企業用機械翻訳システムを使用した結果、よい仕上がりの粗翻訳ができた。この翻訳作業の中で、統計用語ばかりでなく、直交表の交絡の詳細解析など教育内容の違いにも気がついた。例えば“location” “response”で直訳するなら”位置”と”応答”だが、平均と出力と気が付くまでに時間がかかり、まるで解体新書的な活動であった。“response”は、応答がよいとする意見が多いが、本文中で読者自身による置き換えをお願いしたい。

多忙の中、翻訳作業を分担していただいた 上杉伸二、富島明、田中誠、鶴飼義之、足羽晋也、田辺総一郎、貞松伊鶴、林秀行の各位に感謝します。

本報告の翻訳品質は、数学専門家には満足のものではないかもしれない。しかし、技術者には、ばらつき削減研究で何が議論されていたかを理解してもらうには充分だと考えている。稚拙な翻訳文だが米国の統計研究の深さに関心を持っていただけるだけでも翻訳目的のひとつが達成されたことになる。更に関心のある読者には英語の原文テキストを読んでいただくことをお薦めしたい。

2016年2月吉日

森技術士事務所
森輝雄
静岡品質工学研究会

目次

第 11 章:ロバストパラメータ設計の解説

11.1	層成長とリーフスプリング実験のパラメータ設計の見方... 01
11.1.1	層成長実験 (再割) ... 01
11.1.2	板ばね実験 (再割) ... 02
11.2	ばらつきを減少させるための戦略... 03
1.	1. 抜取検査... 03
2.	2. 管理図とプロセス監視... 03
3.	3. ブロッキング ... 03
4.	4. 共変量調整... 03
5.	5. ノイズ因子のばらつきを減少させること... 03
11.3	11.3 管理が困難なノイズ因子... 04
1.	1. 工程条件のばらつき... 04
2.	2. 製品性能のばらつき... 04
3.	3. 環境ばらつき... 04
4.	4. 外部負荷... 04
5.	5. 上流のばらつき... 04
6.	6. 下流または使用条件... 04
7.	7. 品物間ばらつきと場所間ばらつき... 04
8.	8. 経時変化... 04
9.	9. 劣化... 04
11.4	11.4 ロバストパラメータ設計によるばらつき削減... 05
11.5	11.5 実験とモデル化法 I : 直積... 05
11.5.1	11.5.1 平均-分散モデル... 07
	望目課題に対する 2 段階手順... 08
	層成長実験... 08
	板ばね実験... 010
11.5.2	11.5.2 応答モデル... 11
	層成長実験... 012
11.6	11.6 実験とモデル戦略 II : 単体直交表と応答曲面法... 16
11.7	11.7 直積の推定能力と追加選択... 18
11.8	11.8 直積と単体直交表との選択... 20
11.8.1	11.8.1 調合ノイズ因子... 23
11.9	11.9 パラメータ設計最適化に対する SN 比とその限界... 23
	タグチの 2 段階設計における望目特性の問題
11.9.1	11.9.1 層成長実験の SN 比分析... 25
11.10*	11.10* 更なる話題... 26
1.	1. ノイズばらつきの利用... 26
2.	2. 平均と分散によるモデリング... 26
3.	3. 分割法... 26
4.	4. 一般的損失関数に対するパラメータ設計... 27
5.	5. パラメータ設計と許容差設計... 27
6.	6. 機能窓法と故障率拡大法... 27
11.11	11.11 実用的要約... 27
	演習問題... 28
	参照文献 (REFERENCE) ... 37
	翻訳作業が終わって... 38
	参照資料... 39

第 11 章:ロバストパラメータ設計の解説

ロバストパラメータ設計(略してパラメータ設計)は, 制御因子の水準選定によってノイズに対する影響を少なくし, システム(製品あるいは工程)の機能のばらつき低減を目的とする統計的・工学的な方法である。

入力変数は, 制御因子と誤差因子に分類される。制御因子は, 一端選択されると固定される変数である。それらは, 製品と工程の設計定数を含む。ノイズ因子は, 標準条件または使用条件で管理することが困難な因子である。

ロバスト設計の実験にあたって, ノイズ因子の組合せは, そのばらつきを代表するように系統的に変化させる。実験には多元配置または直交表が適用される。

2 つの実験方法(直積実験と単体直交表実験)と, 2 つのモデリング(平均・分散モデルと応答モデル)を解説する。また, ロバスト設計における田口の SN 比とその限界についても考察する。

11.1 層成長と板ばね実験のパラメータ設計

第 4 章におけるエピタキシャル層成長実験と第 5 章における板ばね実験は, 実際のパラメータ設計事例である。次にこれらのパラメータ設計の詳細を述べる。

11.1.1 層成長実験(再掲載)

層成長実験で取り上げた実験因子を表 11.1 に示す。8 個の制御因子(A-H)と 2 個のノイズ因子(L, M)がある。サセプタ(Susceptor:反応器)には 4 個のファセット(Facet:取付具)があるので因子 M は 4 水準となる。ファセットにはトップ(頭部)とボトム(底部)の位置(因子 L)がある。Kackar と Shoemaker (1986) のオリジナル実験では, 簡易図のように 6 個のファセットが報告されているが, ここでは 4 個のファセットのみで解析する。層厚はノイズ因子 L と M に対し均一であることが望ましい。

表 11.1 膜成長実験の因子と水準

制御因子	水準	
	-	+
A. 反応器の回転方法	連続	前後移動
B. ウエハの種類	668G4	678D4
C. 蒸着温度(°C)	1210	1220
D. 蒸着時間	short	long
E. ヒ素流速(%)	55	59
F. 塩酸エッチ温度(°C)	1180	1215
G. 塩酸流速(%)	10	14
H. ノズル位置	2	6
ノイズ因子	水準	
	-	+
L. 場所	底部	頭部
M. ファセット(装置面)	1 2	3 4

表 11.2 に示す実験計画は, 定義式 $D=-ABC$, $F=ABE$, $G=ACE$ と $H=BCE$ からなる 8 個の制御因子は (2_{IV}^{8-4}) 設計 (L_{16} に該当) を適用した。2 水準と 4 水準の多元配置を 2 個のノイズ因子(L, M)に使用した。

このようにすると, 制御因子の水準組合せ毎に 8 個の観察データがある。この実験わりつけは, 直積と呼ばれ, 11.5 節でより詳しく解説する。狙い値の厚さは $14.5 \mu\text{m}$, 規格限界は $14.5 \pm 0.5 \mu\text{m}$ である。このように実験目的は, ファセット 1-4 の頭部/低部の位置の平均厚さ $14.5 \mu\text{m}$ を維持し, エピタキシャル層の不均一(ばらつき)を最小にすることである。

表11.2. 膜生長実験のわりつけと高さデータ

制御因子								ノイズ因子							
								L-底部				L-頂上部			
A	B	C	D	E	F	G	H	M-1	M-2	M-3	M-4	M-1	M-2	M-3	M-4
-	-	-	+	-	-	-	-	14.2908	14.1924	14.2714	14.1876	15.3182	15.4279	15.2657	15.4056
-	-	-	+	+	+	+	+	14.8030	14.7193	14.6960	14.7635	14.9306	14.8954	14.9210	15.1349
-	-	+	-	-	-	+	+	13.8793	13.9213	13.8532	14.0849	14.0121	13.9386	14.2118	14.0789
-	-	+	-	+	+	-	-	13.4054	13.4788	13.5878	13.5167	14.2444	14.2573	14.3951	14.3724
-	+	-	-	-	+	-	+	14.1736	14.0306	14.1398	14.0796	14.1492	14.1654	14.1487	14.2765
-	+	-	-	+	-	+	-	13.2539	13.3338	13.1920	13.4430	14.2204	14.3028	14.2689	14.4104
-	+	+	+	-	+	+	-	14.0623	14.0888	14.1766	14.0528	15.2969	15.5209	15.4200	15.2077
-	+	+	+	+	-	-	+	14.3068	14.4055	14.6780	14.5811	15.0100	15.0618	15.5724	15.4668
+	-	-	-	-	+	+	-	13.7259	13.2934	12.6502	13.2666	14.9039	14.7952	14.1886	14.6254
+	-	-	-	+	-	-	+	13.8953	14.5597	14.4492	13.7063	13.7546	14.3229	14.2224	13.8209
+	-	+	+	-	+	-	+	14.2201	14.3974	15.2757	15.0363	14.1936	14.4295	15.5537	15.2200
+	-	+	+	+	-	+	-	13.5228	13.5828	14.2822	13.8449	14.5640	14.4670	15.2293	15.1099
+	+	-	+	-	-	+	+	14.5335	14.2492	14.6701	15.2799	14.7437	14.1827	14.9695	15.5484
+	+	-	+	+	+	-	-	14.5676	14.0310	13.7099	14.6375	15.8717	15.2239	14.9700	16.0001
+	+	+	-	-	-	-	-	12.9012	12.7071	13.1484	13.8940	14.2537	13.8368	14.3320	15.1681
+	+	+	-	+	+	+	+	13.9532	14.0830	14.1119	13.5963	13.8136	14.0745	14.4313	13.6862

11.1.2 板ばね実験 (再割)

板ばね実験の因子を表 11.3 に示す. 焼き入れ油温度 Q は, 定常生産では制御できない. 実験で大きな効果があれば, Q を 2 つの範囲の値, 130-150F と 150-170F の範囲に設定できるがノイズ因子として取り扱う. ここには 4 個の制御因子 (B-E) と 1 個のノイズ因子 (Q) がある.

表11.3 板ばね実験の因子と水準

制御因子	水準	
	-	+
B. 高加熱温度 (F)	1840	1880
C. 加熱時間 (sec.)	23	25
D. 処理時間 (sec.)	10	12
E. 放置時間 (sec.)	2	3
ノイズ因子	水準	
	-	+
Q. 急速冷却温度 (F)	130-150	150-170

実験計画と無負荷の高さデータを表 11.4 に示す.

表 11.4 板ばねの直積実験における無負荷高さ

制御因子				ノイズ因子					
B	C	D	E	Q-			Q+		
-	+	+	-	7.78	7.78	7.81	7.50	7.25	7.12
+	+	+	+	8.15	8.18	7.88	7.88	7.88	7.44
-	-	+	+	7.50	7.56	7.50	7.50	7.56	7.50
+	-	+	-	7.59	7.56	7.75	7.63	7.75	7.56
-	+	-	+	7.94	8.00	7.88	7.32	7.44	7.44
+	+	-	-	7.69	8.09	8.06	7.56	7.69	7.62
-	-	-	-	7.56	7.62	7.44	7.18	7.18	7.25
+	-	-	+	7.56	7.81	7.69	7.81	7.50	7.59

制御因子に対し I=BCDE の 2_{IV}^{4-1} 設計を選択する. 制御因子の設定 (組合せ) に対し 2 個のノイズ因子が設定され, 繰り返し 3 個のデータがある. 無負荷のばね高さの目標値は 8 インチである. 実験目的は, 目標値のばらつきを最小にすることである. [訳注: 無負荷高さ: 荷重を掛けないときの板ばねのたわみ程度を無負荷高さとする評価方法]

11.2 ばらつきを減少させるための戦略（考え方）

ばらつきを減少させるための戦略としてロバストパラメータ設計を解説する前に、以下の代替方法を振り返る。更に深い議論は MacKey と Steiner (1997)にある。

1. 抜取検査

次工程や客先に製品を搬送する前に与えられた規格に高い確率で合格するため、抜き取り検査を保証のために適用する。これはしばしば最終手段と見なされるが、予防のための品質改善ツールではない。多くの場合、時間がかかり割高になる。しかしながら、不良品を検査項目で排除する以外に、出荷製品の品質を保証する代替方法はない。

2. 管理図とプロセス監視

シューハートのような管理図は、工程監視に使用できる。もし、工程が管理外なら（管理限界を超えたところに点があるような状態）、工程ばらつきは共通原因で説明できないというあらわれであり、特別な原因を探し出し、根本的な原因を排除する必要がある。

工程終端で欠陥が検査で排除されるまで待てないときの予防 (proactive) 活動である。もし、工程が要求規格、ベンチマークを満たさないなら、工程条件を変更する実験をする。そうすれば改善できる。抜取検査と管理図については Montgomery (2008)を見て欲しい。

3. ブロッキング

ブロッキングは第 1 章で説明したように、ブロッキング因子が選定されているならば、ブロック間の変化が大きいときも小さいときも有効とある。ブロック効果は通常、研究者に直接の関心はない。ブロッキングは、比較実験に影響するばらつきを減少させるためにある。うまくいくかどうかは、全体ばらつきに対するブロック間の大きさ次第である。

4. 共変量調整

実験計画段階で管理されていない共変量 (covariates) があるかもしれない。もし、データが共変量に依存しているなら、共変量による調整ができる。共変量の分析 (共分散分析) は、調整のために使われる。共分散の方法と事例は、3.10 節に詳細がある。ばらつき減少のためのばらつき削減の具体的手段には、応答解析に代表されるような主に生データそのものを適用する多項式モデルと SN 比に代表されるような数値変換し生値データとは別形式となる解析指標モデルがある。共変量による調整の有効性は、有意 (重要) な共変量を特定できるかどうかによる。

ブロッキングと共変量の調整は、比較条件のばらつきを減少させることに有効な受動的な指標である。通常、工程変動そのものを減少させるか、または根本的原因を取り除くことをしない。大きいブロック間のばらつき、または有意 (重要) な共変量は、潜在する変数 (管理されない一連のばらつきが出力ばらつきの原因となっている) が特定され、継続的に管理されるならば、現行の実験ばらつきを小さくする機会となるかもしれない。「訳注：技術者は、ブロック因子の出力に与える影響を削減しようとはしない。もし其の影響を削減できるなら、その場で発生しているばらつきを削減できる機会になるという意味」

5. ノイズ因子のばらつきを減少させること

出力のばらつきは、しばしば製品または工程の入力のばらつきに原因するので、原因のばらつきを減らす手段をとることができる。古い機械は、新しく置きかえることで、ばらつきを小さくすることができる。より高価でよりよい品質の部品メーカーなら、この方法を適用できるかもしれない。多くの作業者は、より頻繁に検査項目を確認する立場にある。その測定器具は、室温ばらつきを抑制した場所に保管される。

もし、ばらつき原因が部品の目標値からの変位ならば、設計者が部品公差を狭くすればばらつきの小さい製品となる。これらの例からすると、多くの対策はコスト高になる。

これらに対する代案は、制御因子を組み替えて製品または工程をノイズに対し出力ばら

つきを削減するロバストパラメータ設計をすることである。この戦略（考え方）を理解するために、次節でノイズ因子の本質について説明する必要がある。

11.3 管理が困難なノイズ因子

ノイズ因子は、定常工程、または使用条件のもとで管理することが困難な因子である。“ノイズ”と“管理しにくい”は言い換えができる。ノイズ因子には多数の種類があり、一義的に決められない。主要なものをここで述べる。「訳注：ただし実験時には管理しなければならない」

1. 工程条件のばらつき

工程条件が厳格に管理されていないならばノイズ因子とするべきである。板ばね実験の油冷却温度は、よい例である。熱処理の炉温度は、工程条件として二面性がある。正確に管理できるならば制御因子として取り扱うが、そうでなければノイズ因子として取り扱う。

2. 製品性能のばらつき

製品設計において、製品の部品には目標値と公差が割り当てられている。例えば、機械部品は目標値 3mm、公差 $\pm 0.1\text{mm}$ 、回路出力なら目標値は 10Vで、公差は $\pm 0.2\text{V}$ とされる。製造ばらつきの原因である目標値からの部品そのもののばらつきは、ノイズばらつきとして取り扱う。研究において、部品の公差内のばらつきによる製品性能のばらつきは、考慮されるべきである。設定値を変更できるならば、制御因子として取り扱う。回路設計でそれらを名目値 (nominal value) と呼び、標準状態の出力として決められている。このようなノイズの種類は、田口 (1986) により内乱と呼ばれている。同じ変数 (設計定数) だが、二つの異なった側面 (公差と名目値) がある。

3. 環境ばらつき

部屋の湿度、温度、および塵埃量は環境要因の一般的な例である。一例として室温(または、湿度)を制御するために高価な装置を導入することを望まない場合、より経済的な方法として製品/過程を変化により敏感でない (less sensitive) ように設計するパラメータ設計手段を適用する。

4. 外部負荷

ここで、製品や工程が受ける外部負荷について述べる。例えば、洗濯機を設計する際に、洗濯量の多少を考慮する。異なった市場(例えば、国や地域の違い)では、説明書で指定されるより多い洗濯量を投入するのが一般的である。もしそうならば、より多い洗濯量に対しても設計することが賢明である。他の例として、乗物乗客量の荷物荷重、冷蔵庫の食物量、および冷蔵庫ドアの開閉回数を含める。

5. 上流のばらつき

工程にて、前工程(または供給者から)から来る部品ばらつきは、後工程に大きい影響を与える。上流のばらつきを管理できないなら、それはノイズ因子として扱われるべきである。例えば、後付けドア・パネルには、取り付け中に相当な量のばらつきがある。それは、ボディー・フレームにドア・パネルの取り付けを困難にする。技術者はできるだけ押し込時のばらつきを減少させるべきである。残留ばらつきは、その後続く組立作業に影響する。

6. 下流または使用条件

現行条件を設計する際に、後工程で部品がどのように取り扱われるかを考慮する。例えば、回路構成における印刷工程設計で、特定の化学薬品は、印刷された回路線図より少ないばらつきを与えるかもしれないが、後工程で適用される焼成工程に影響されやすい。製品の使用条件は製品設計の段階で考慮されるべきである。20%の乗物がでこぼこ道の状態域で販売されるならより強い緩衝器 (訳注：スプリング) を設置するべきである。

7. 品物間ばらつきと場所間ばらつき

多くの品物の均一性改善は重要な目的であり、品物間のばらつきは削減すべきである。これらは、作業員間のばらつき、同一生産の動物間の違い、バッチ間差・ロット間差、部品間のばらつきを含む。農業実験では、畑の小区間間のばらつき、中区分間のばらつき、土壌栄養ばらつき、水状態などの偏りなども空間・位置ばらつきに属する。

品物間のばらつきは、位置（寸法）に関係する。層成長実験の事例では場所と面を含み、ドア・パネルの4点と炉内の部品位置が該当する。最終事例の炉内温度の上昇下降パターン（分布）は熱処理結果に影響するが、温度センサーの設置は困難で高価であることから、温度対策の代替として位置を取り扱い、位置間の温度均一性を実現するパラメータ設計を適用する。

8. 経時変化

これは午前から午後への短い時間、同じ週中または数週間を対象にする。明らかに経時変化に対する品質均一性の改善は必要である。時間は経時変化する多くの変数の代替変数（因子）としてしばしば適用される。それらは、研究者にとって未知であり測定することが困難であるからである。これらの潜在因子は、朝から午後までの空気品質の変化と、何日もの気候変化と、何週間にもわたる原材料変化であるかもしれない。これらの全ての経時変化を追跡することは時間がかかるばかりでなく困難である。そのような経時変化に対する均一性対策が達成できるならば、このような不経済な手段はもはや必要なくなる。

9. 劣化

劣化は、長い期間にわたるゆっくりした性能低下を意味する。劣化には、部品摩耗、成分腐敗、または装置のドリフトがある。器具の頻繁な校正や摩耗した部品の交換など積極的な対策が実施される。これに対する代替手段として、部品やサブシステムで劣化の影響を受けなくするロバスト設計をすることがある。

「伝統的」な実験方法では、部品間や経時劣化に対し繰り返し実験をするが、それは実験の均一性を確保することにある。伝統的方法の時間や場所を繰り返す実験の意味は、ばらつき減少のための代用変数としてのみ使用することにある。ロバスト設計は、性能のばらつきに直接影響する因子を探索するため、伝統的なやり方の延長と改善であり予防設計と見なされる。

11.4 ロバストパラメータ設計によるばらつき削減

11.2 節で議論したように、ノイズばらつきを狭めることにより出力ばらつきを減少させることができるが、要求される手段は割高となる。田口玄一(1986, 1987)によって開発されたロバストパラメータ設計は、制御因子とノイズ因子の交互作用による出力のばらつきを削減するために制御因子の組合せ変更を探求(Seek)する代替方法である。

制御因子を変更することは容易であることから、ノイズばらつきを直接削減できる経済的な有効手段となる。更に正統な議論を容易にするため、制御因子を x 、ノイズ因子を z とし、それらが関係する出力を $y = f(x, z)$ 。 (11.1) とする。

$$y = f(x, z). \quad (11.1)$$

明らかに、 z のばらつきは y に影響する。ばらつき z を削減すれば y のばらつきも変化する。 $f(x)$ 内で x と z が組み合わさることで y に影響するならば、 y のばらつきは異なった設定 x により削減されるかもしれない。これから、なぜロバストパラメータ設計が y のばらつきを減少させるように働くかを説明できる。特別なケースとして(11.1)は、この働きをよく説明できる。 x_1 と x_2 を制御因子、ノイズ因子を z とする以下のモデルで考える。

$$\begin{aligned} y &= \mu + \alpha x_1 + \beta z + \gamma x_2 z + \varepsilon \\ &= \mu + \alpha x_1 + (\beta + \gamma x_2) z + \varepsilon \end{aligned} \quad (11.2)$$

モデル(11.2)は、大きな主効果のある x_1 , x_2 と z 間に大きな交互作用があり、 ε は z によって説明できなかった残りのばらつきを表す。

(11.2) の z と係数 $[\beta + \gamma x_2]$ の絶対値を構成する x_2 の小さい値を選択するならば、 y に対する z 効果を減衰することができる。データ分析で、制御因子とノイズ因子の交互作用の x (設計因子) を作図にて求めることが達成できる。このとき、 y と z は最も平坦な関係にな

る制御因子の組み合わせを選択する。層成長実験においても、後の図 11.6 と 11.7 でそのような解説をする。

例えば図 11.6 の $H \times L$ は、 H の十レベルが平坦な出力を与えることを示す。更に 11.5.2 節で制御因子とノイズ因子の交互作用を図にて議論する。またロバストネスは、(11.1) のように制御因子の部品公称値ならば、その周りの公差はノイズ因子となるのだから非線形性を利用することで達成できる。ノイズ因子の種類は、以前 (11.3) に述べた。ここで x のバラツキが f を介して y に変換されれば、その関係は $y=f(x)$ と表される。各々の成分値 x_i が、平均値 x_{i0} と分散 σ_i^2 の分布からなると仮定する。次に、 x のばらつきは f を通じて y に影響する。したがって、 y のばらつきである σ^2 は近似的に x_{i0} における傾きの 2 乗に比例する。

$$\sigma^2 \approx \sum_i \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{x_{i0}} \right)^2 \sigma_i^2. \quad (11.3)$$

もし f が非線形であるならば、傾きが水平となる設定値が好ましい。Fig11.1 がそのようなシナリオ (方法) を表現している。2つの設定値の a と b をトランジスタ利得とし、各々同じ公差で比較されている。 $y = f(x)$ (出力電圧である) の傾きは、 a より b が平坦である。 a 周囲の公差を小さくする代わりに設定 a を b に移動すれば $f(b)$ 周辺で出力電力のばらつきを減少できる。この問題では、 a 周囲の公差を狭めるよりは、トランジスタの設定値を b に変更した方が簡単で安い。これらの2つの方法 (戦略) を見分けるために、田口により、前者はパラメータ設計、後者はトレランス設計と呼ばれる。

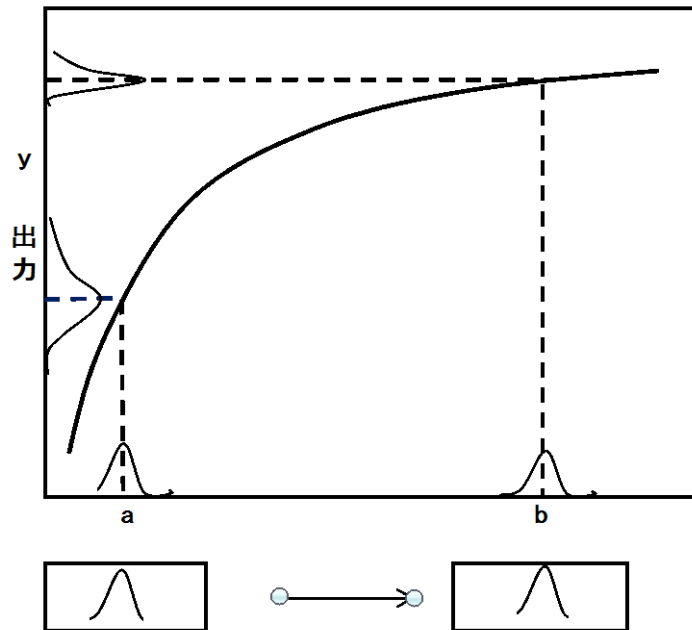


Fig 11.1. ばらつき削減による $f(X)$ の非線形の利用

非線形性の有効利用は、本節のはじめで述べた交互作用を利用する特別な事例と見なすことができる。制御因子とノイズ因子の設定値周辺の公差から図 11.1 の設定値を見てみよう。 a における傾き f から、 a の制御因子の設定値の出力 y のばらつき効果を知ることができる。 b も同様である。 $f(a)$ と $f(b)$ の大きい違いは f の非線形性を表しているが、先に述べた制御因子とノイズ因子に大きな交互作用効果と解釈できる。

11.5 実験とモデル化法 1: 直積

一旦ノイズ因子と決められたならば、定常状態か使用条件に起こるノイズばらつきをパラメータ設計実験に反映するために系統的に変えるべきである。ノイズ因子は定常状態で管理しにくく、パラメータ設計実験でノイズ因子を変更するためには別な努力が必要となる。例えば、板ばね実験における焼入油温は定常状態で制御可能ではない。温度ばらつきのロバスト研究をするためには、実験に温度の2つ、またはそれ以上の水準数を適用することが必要となる。2 範囲 130-150° F と 150-170° F に温度を制御するには、多くの努力と時間が必要となる。別例としてノイズ因子として扱われる材料部品のサイズばらつきへの鑄造法のロバストネスがある。

ロバスト工程なら、異なったサイズの部品にうまく働くため、異なったサイズでも工程条件を調整する必要はない。しかしながら、パラメータ設計実験の実施のためには、混ぜて入って来る材料部品のサイズを、2 水準以上のノイズ因子とする。この状況は、部品の仕分けや補完のために時間がかかり生産の障害となる。

層成長実験の割りつけは、制御因子を 2_{IV}^{8-4} で構成、ノイズ因子を 2×4 で構成する。前者は制御因子表、後者はノイズ表と呼ばれる。一般に制御因子表は、制御因子に対する配列であり、ノイズ表はノイズ因子に対する配列となる。制御因子の配列の各水準組合せは、ノイズ配列の全組合せと交差（直積）する。交差している配列（直積形式）は、制御因子とノイズ因子の全組み合わせから構成される。数学的には、交差配列（直積）は、制御因子とノイズ因子の掛け算（積構造）となっている。 N_1 と N_2 が制御因子とノイズ因子の実験数を示すならば、 $N=N_1 N_2$ は交差する配列の総実験数となる。

（訳注：田口の調合ノイズの $N_1 N_2$ ではない。 N_1 →内側実験、 N_2 →外側水準数を表示）層成長実験は N_1 (内側対応)=16, N_2 (外側対応)=8, のために、その総数 $N=16 \times 8=128$ となる。田口の用語では、直積(cross)は、内側—外側配列と呼ばれる。通常、直交配列表(以下直交表)が、制御配列とノイズ配列として選択される。田口は内側—外側、直交配列表を直交表としている)

直交表の組合せ水準は、ノイズ因子の存在範囲で論理的に均等となる点を表している。このため、直積配列の実験はノイズ因子から系統的なサンプルを抽出する媒体（仲立ち）となる。3 水準以上のノイズ因子もあるが、ノイズ因子に対する直交実験数はかなり大きい。

これに対する代替方法とし、ノイズ因子に対し均等に展開する点を有するより小さい計画を採用できる。この計画は、ラテン超方格サンプリング(Koehler, Owen 1996)と数論(Fang, Wang, 1994)に基づいた一様性設計を含む。ノイズ配列は、ノイズばらつきを表すとして選択されるから、一様性は直交性より重要な要件と考える。

直積実験からのデータは、どのようにモデル化され、分析されるのだろうか？2 つの方法があり次節で解説する。

11.5.1. 平均-分散モデル

平均-分散モデル法は、平均値と分散値を個別に制御因子の主効果と交互作用項から作成する。各制御因子の組合せ(セット)に対し、 y_i (繰り返しノイズの標本平均)、 $\ln(s^2)$ (繰り返しノイズの標本分散の自然対数)を使用する。詳細な計算と記号を下記に示す。

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}, \quad s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad (11.4)$$

n_i は、制御因子の設定に対する 1 組の繰り返しノイズ数である。求められた平均-分散モデルから、平均値に関わる因子は、平均値モデルから出てくる。同様に、ばらつきに関わる因子は、分散モデルから出てくる。4.10 節で述べたようにばらつきに関係ないならば平均値に関わる因子は、調整因子になる。

望目課題に対し、次のような手順で得られる制御因子の組合せを推薦した。

望目課題に対する 2 段階手順

- (i) 分散を最小にするばらつき因子の水準を選択する。
 (ii) 平均値を目標値に持ってくる調整因子の水準を選択する。 (11.5)

また, ステップ(ii) で使われた因子が, ばらつき因子ならば, 設定を変えると平均値と分散の双方に影響する。

平均値が目標値に調整できるかもしれないがばらつきが大きくなる可能性もあり, ばらつき因子による 2 段階手順は, 反復による再調整も必要になるかもしれない。調整因子が平均値を目標に一致できないときには手順(ii) で, 2 つ以上の調整因子が必要となる。

望大特性, または望小特性の課題は, 6.2 節で述べたように前の 2 段階手順を入れ替える。

- (i) 望大特性と望小特性の課題と 2 段階手順
 平均値を最大化(または最小化)する平均値に関わる因子の水準を選択する。
 (ii) 平均値でなくばらつきを最小化するばらつき因子の水準を選択する。 (11.6)

平均-分散モデルは理解しやすく, しかも実践しやすい。それは直積にもとづいた実験として自然な方法である。直積形式の平均(y) 値と分散(s_i^2) 値は, 同じノイズ直交表から計算できる。平均値(または分散)の違いは, このモデル法で検証されたように制御因子の組合せの違いに起因する。

層成長実験

表 11.5 は, 層成長実験の 16 の制御因子組み合わせの平均(y_i) と分散($\ln s_i^2$) を示す。有意な平均とばらつき効果(8 因子 A-H と 7 個の 2 因子交互作用を含む。)を知るために, 出力の平均と分散(y_i と $z_i = \ln s_i^2$) を使用して, 半正規プロット(half-normal plots) (図 11.2 参照) を作成する。(訳注: 分散分析と同じ目的の解析方法: 米国では, 簡易的に要因効果の有意性を判断する手段として半正規図が使用されている。)

このプロットから, D は有意な平均値因子であり, A と H は有意なばらつき因子である。

表 11.5 平均, 対数分散, および SN 比 [層成長実験]

No	制御因子								平均値 y	対数分散 $\ln s_i^2$	対数平均 $\ln y^2$	SN比 η
	A	B	C	D	E	F	G	H				
1	-	-	-	+	-	-	-	-	14.79	-1.018	5.389	6.41
2	-	-	-	+	+	+	+	+	14.86	-3.879	5.397	9.28
3	-	-	+	-	-	-	+	+	14.00	-4.205	5.278	9.48
4	-	-	+	-	+	+	-	-	13.91	-1.623	5.265	6.89
5	-	+	-	-	-	+	-	+	14.15	-5.306	5.299	10.60
6	-	+	-	-	+	-	+	-	13.80	-1.236	5.250	6.49
7	-	+	+	+	-	+	+	-	14.73	-0.76	5.380	6.14
8	-	+	+	+	+	-	-	+	14.89	-1.503	5.401	6.90
9	+	-	-	-	-	+	+	-	13.93	-0.383	5.268	5.65
10	+	-	-	-	+	-	-	+	14.09	-2.218	5.291	7.47
11	+	-	+	+	-	+	-	+	14.79	-1.238	5.388	6.63
12	+	-	+	+	+	-	+	-	14.33	-0.868	5.324	6.19
13	+	+	-	+	-	-	+	+	14.77	-1.483	5.386	6.87
14	+	+	-	+	+	+	-	-	14.88	-0.418	5.400	5.82
15	+	+	+	-	-	-	-	-	13.76	-0.418	5.243	5.66
16	+	+	+	-	+	+	+	+	13.97	-2.636	5.274	7.91

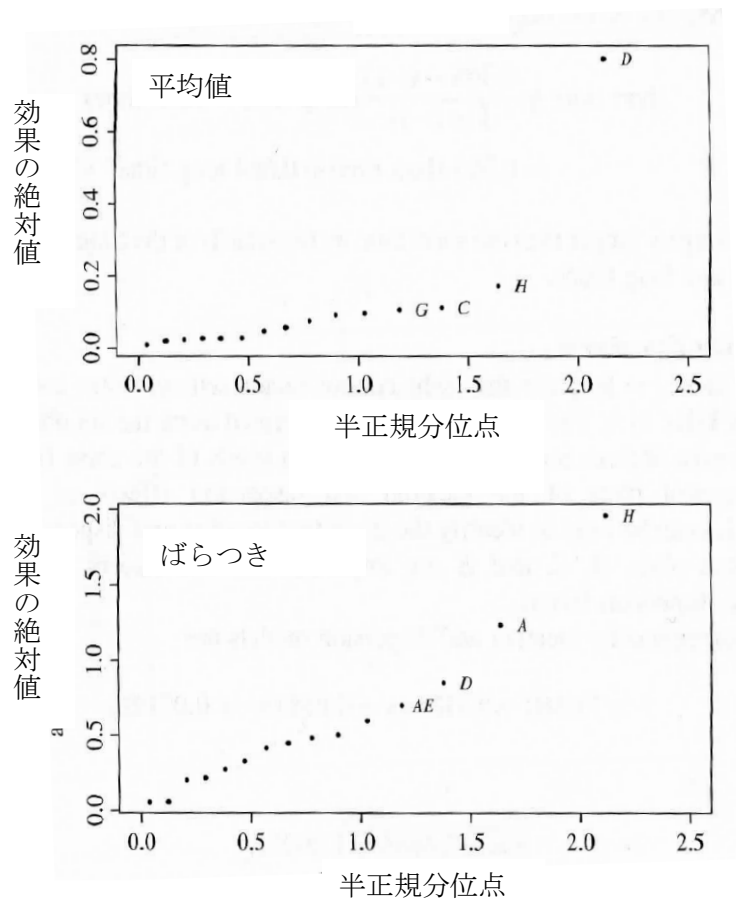


図 11.2. 平均値とばらつきの半正規プロット

関係する平均と分散のモデルは、下記のようになる。

$$y=14.352+0.402X_D$$

$$z=-1.822+0.619X_A-0.982X_H=(\ln s_i^2) \tag{11.7}$$

(15.5)の2段階手順を使用すれば、ばらつきを削減する推薦できる水準は、A(-)とH(+)
である。Dは、平均厚みを目標値に持っていくことができる。

解答は

$$y=14.352+0.402x_D=14.5,$$

$x_D = -0.368$ となり、蒸着時間Dは、下記のようになる。

$$(-)の時間 + \{ [0.368 - (-1)] / [1 - (-1)] \} ((+)の時間) \\ = 0.316 \text{ short time}(D_1) + 0.684 \text{ long time}(D_2),$$

それは、 D_1 と D_2 の範囲で2/3倍で D_1 より長い。

板ばね実験

最初に, 8 つの制御因子設定に対して平均(y_i)と対数分散($z_i = \ln s_i^2$)を計算し, 表 11.6 に示す. 計算は, 2 水準のノイズ因子 Q と 3 回の繰り返しからなる 6 個の観察値から実施する. 平均と分散の半正規プロットは図 11.3 にあり, 有意な平均とばらつき効果を知ることができる. 平均値因子には, B, C と E が有意で, ばらつき因子に C が有意である. 平均とばらつきのモデルは, 下記のようなものである.

$$y = 7.6360 + 0.1106X_B + 0.0881X_C + 0.0519X_E \quad (11.8)$$

$$z = -3.6886 + 1.0901X_C \quad (11.9)$$

(11.5) で 2 段階手順を使用すると, C(-) でばらつきを削減し, B と E を用いて平均値を目標値に一致させる. $X_C = -1$ ならば, y は下記式のようなになる.

$$y = 7.5479 + 0.1106X_B + 0.0519X_E \quad (11.10)$$

表 11.6 板ばね実験 平均値 対数分散

No	制御因子				平均値	対数分散
	B	C	D	E	y	$\ln s_i^2$
1	-	+	+	-	7.540	-2.4075
2	+	+	+	+	7.902	-2.6488
3	-	-	+	+	7.520	-6.9486
4	+	-	+	-	7.640	-4.8384
5	-	+	-	+	7.670	-2.3987
6	+	+	-	-	7.785	-2.9392
7	-	-	-	-	7.372	-3.2697
8	+	-	-	+	7.660	-4.0582

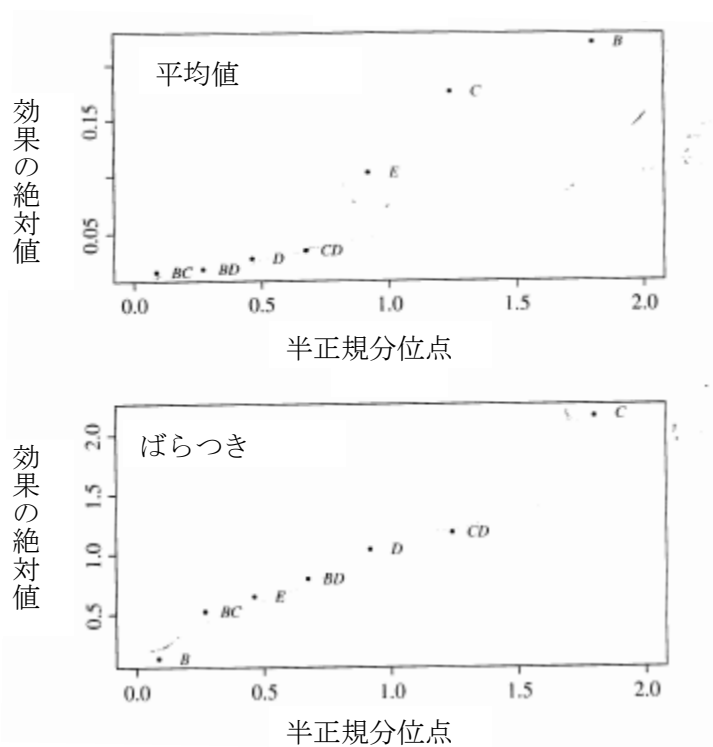


図 11.3 平均値とばらつきの半正規プロット「板ばね実験」

明らかに、 X_B が+1 を超えなければ目標 8.0 に達することができないことが解る。いくつかの方策が可能であり次に議論する。

第一の方策として、B と E は+1 以上にはできないと仮定する。そこで、B と E を+に、C を-とし、 $B_+C_-E_+$ と表示する (11.8) と (11.9) を得る。

$$y=7.6360+0.1106(+1)+0.088(-1)+0.0519(+1)=7.71$$
$$\sigma^2=\exp(Z)=\exp(-3.6889+1.0901(-1))=0.0084$$

平均 2 乗誤差 (MSE) は、下記のようなになる。

$$(7.71-8.00)^2+0.0084=0.0925$$

第 2 の方策として C+ を選択する。C- を選択すれば、平均値 y は目標 8 から乖離する。この $B+C+E+$ の場合、 $y=7.89$ と 8 に接近するが $\sigma^2 = \exp(z) = 0.0744$ とばらつきは大きくなる。これらの組合せは平均 2 乗誤差 MSE で

$$(7.89 - 8.00)^2 + 0.0744 = 0.0865$$

となる。2 段階手順によって得られた 0.0925 より 0.0865 は小さい。それは分散の増加は偏り (bias) の 2 乗の減少に依存しているからである。

第 3 の方策は、B と E が目標値を平均に一致させるために+1 を超えて増加できると仮定する。2.78 になるように (11.10) から B と E のコード化値を選ぶならば y は 8.00 となる。コード化されない値 (実験値) は、 1916° F の強火温度と 3.89 秒の保持時間である。23 秒の加熱時 (すなわち、C- レベル)、 σ^2 は 0.0084 が標準偏差 (MSE) の $\exp(z)=0.0084$ で与られる。

$$(8.00 - 8.00)^2 + 0.0084 = 0.0084,$$

0.0084 は、2 つのシナリオよりは小さい。

この驚異的な削減は実験領域を超えたモデルで、強く支持できない仮説のもとで成立している。適用したモデルを検証するデータがない実験域に外挿する理由は、因子 B と E より大きな水準で外挿する追加実験が必要となる。

上で議論した 3 つの方策 (シナリオ) の中では、最初のもものは 2 段階手順に従うが平均値が目標に到達できない。これは最悪なことである。仮に第 2 段階で平均値が目標値に到達しなければ、2 段階手順が制御因子の最適組合せを発見できない可能性を示している。平均値が目標値から大きく乖離している時に、ばらつきの削減による第一段階は上手くいかない。この理由は、B と E が有意な調整因子として出力 y モデルで取り扱われないならば、(11.9) の $\ln s^2$ モデルではうまくいかないからである。

11.5.2 応答モデル

平均-分散モデル法の欠陥は、制御因子項の平均とばらつきが重要な制御因子とノイズ因子の関係を隠すかもしれないことである。例えば、(11.7) の有意なばらつき因子として A と H は特定されるが、有意なばらつき因子が作るノイズ因子と A または H との交互作用の情報を含んでいない。

ばらつき対策は、出力が制御因子とノイズ因子に直線関係があるときよりも、制御因子と非線形関係があるときうまくいく。このことは、ばらつき対策のモデル作成をより困難にさせる。これを例証する分かりやすい例は、演習問題で与えられる。応答モデル法 (Welch et al., 1990; Shoemaker, Tsui, Wu, 1991) では、ノイズの繰返し分散を計算する代わりに、制御因子とノイズ因子の働きをモデル化する。

これを**応答モデル**と呼ぶことにする. 下記のような2段階の分析となる:

(i) 応答モデルにて制御因子とノイズ因子の有意な交互作用を作図する. この作図での制御因子の組合せと出力 y は, ロバスト設計で選択されたノイズ因子と関係がある.

(ii) 求められた y のモデルに基づけば, y のノイズ因子間のばらつきは $\text{Var}(y)$ として計算できる. 変換された分散(transmitted variance)モデルを $\text{Var}(y)$ とする. $\text{Var}(y)$ は, 制御因子の働きであり, この数値が小さくなるような制御因子の組合せを見出すことができる.

(i) と (ii) で決定される制御因子の組合せは必ずしも同じとは限らない. 多くの状況下で, それらは矛盾のない, あるいは理想的な推薦条件を誘導する. しかし推薦条件の等価性には応答モデル項に幾つかの仮定が必要となる. [精密な2水準設計は Hou, Wu(2001) 見てほしい]

層成長実験は応答モデリング法として図解される. 板ばね実験の応答解析は演習にある.

層成長実験

重要な効果を特定するために, すべての有効な効果を, 半正規プロット(図 11.4)から読み取る. ノイズ因子 M が4水準であるから, (7.5)のシステムに基づきノイズ効果 M に対し次の3個の直交対比を適用する.

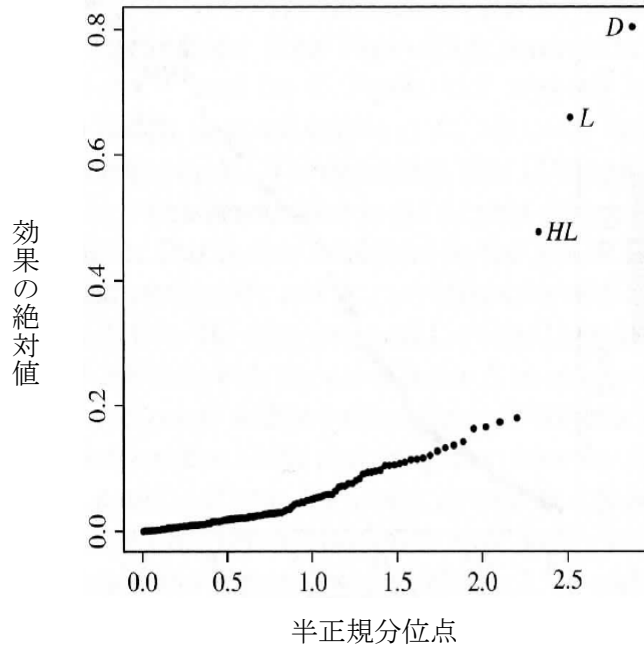


図 11.4 出力モデルの半正規プロット「層成長実験」,

$$M_{1-} = (M_1 + M_2) - (M_3 + M_4),$$

$$M_{1+} = (M_1 + M_4) - (M_2 + M_3),$$

$$M_{1c} = (M_1 + M_3) - (M_2 + M_4),$$

ここで M は, ファセット (蒸着面) を表す. 各 M_1, M_2, M_3, M_4 は, 2水準因子と見なし(-)はファセット間, (+)は他のファセット間とする. 例えば, (11.11) の変数 X_{M_1} は M_1 と M_2 に対し+1, M_3 と M_4 に対し-1 と組み合わせる. 同様に X_{M_2} は M_1 と M_4 に対し+1, M_2 と M_3 に対し-1 と組み合わせる. 半正規プロットから, 最も重要な効果は D, L と HL となる. 次の最も大きい効果が4つのクラスター(集団)として図 11.5 に載っていることに注意する.

(私たちが 7.7 節で同様に図解法を使用していることを思い出すこと.) これらの7つの効果を含むモデルとなっている.

$$y = 14.352 + 0.402X_D + 0.087X_H + 0.330X_L - 0.090X_{MI} - 0.239X_HX_L - 0.083X_CX_{MI} - 0.082X_AX_HX_{Mq} \quad (11.11)$$

モデル(11.11)は3個の制御因子とノイズ因子の交互作用効果を含む。この節(そして11.4節)のはじめに解説するように、ノイズに対する出力 y のばらつきを削減する制御因子の組合せの選択に適用する。この3個の効果に対する交互作用の図として図11.6と11.7が与えられる。

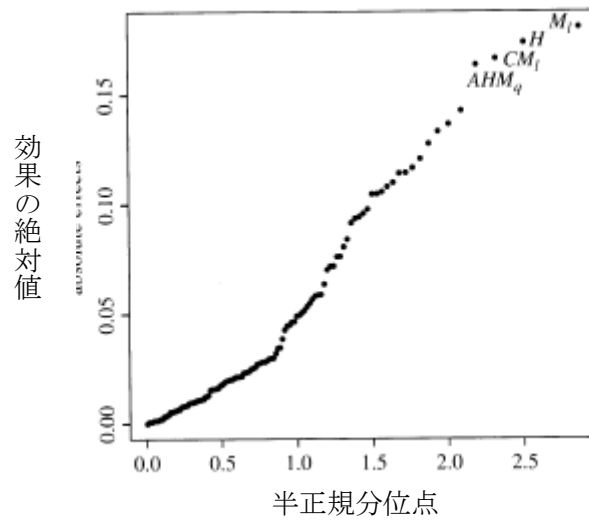


図 11.5 応答モデルの半正規プロット(D,L,H×Lを除く)「層成長実験」,

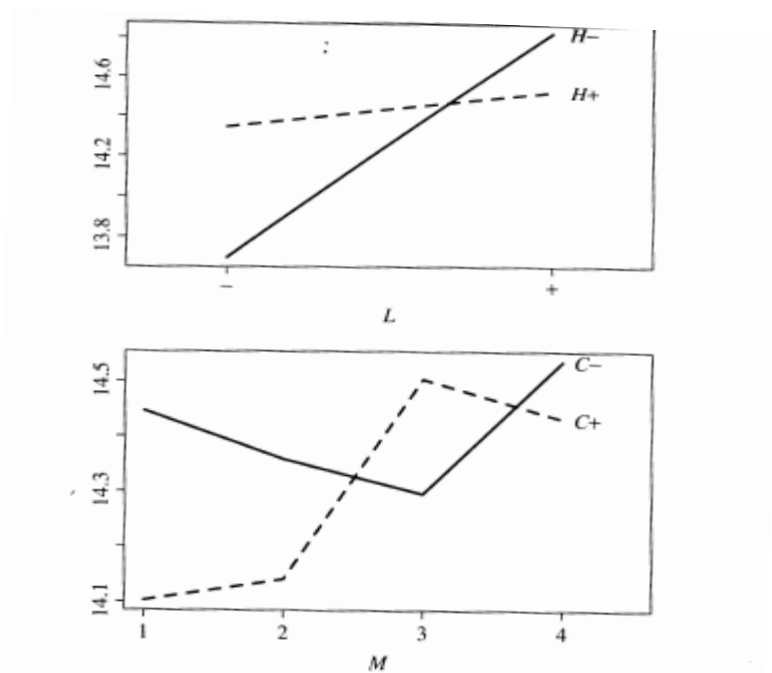


図 11.6 H×LとC×Mの交互作用プロット「層成長実験」

図 11.6 で推薦される水準は、H の+(正)水準と C の-(負)水準である。図 11.7 は、A-(負)の水準が示されているが、中央の 2 つの A(-) の出力カーブは、A+(正)の 2 つのカーブより平坦である。蒸着時間(D)は、(11.11)でノイズ因子 M と L と交互作用がないために調整因子として有意である。このことは、図 11.8 の図で確認されている。推薦された H+と A-は(11.7)の分散モデルとも一致している。

(11.11)の応答モデルは H がノイズ L と交互作用がありこれにより y のばらつきを削減する。また A は、M と交互作用があり、この M により y のばらつきを削減できる。この情報は、蒸着工程の働きに対する新しい見方を与える。ノズル位置(因子 H)を上方にまたは下方に動かせば、物理的意味から因子 L(ファセット)の頂上部と底辺部の層厚均一性に影響を与える。

同様に、反応機器のファセットをノズルに向かって回転させれば、因子 A の回転方法は、ファセット(M)の頂上部/底辺部と無関係に層厚均一性に影響することが予想できる。

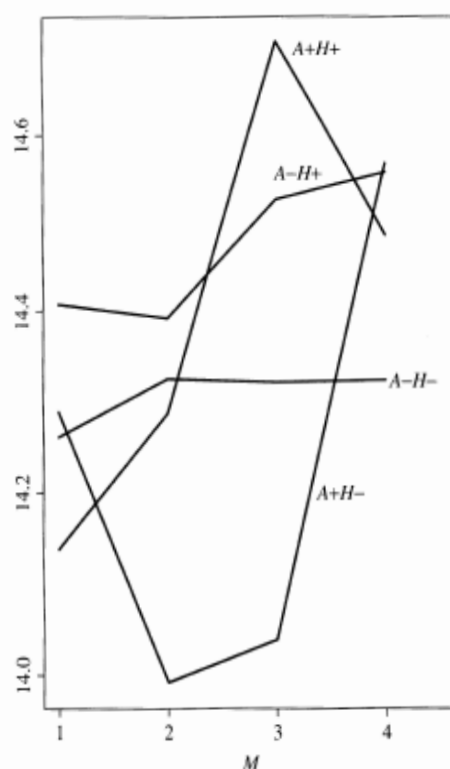


図.11.7 A × H × M 交互作用プロット「層成長実験」

層成長実験に対し、制御因子とノイズ因子の交互作用図は、制御因子の組合せと矛盾なく推薦条件と一致する。一般に、これはそうでないかもしれない。例えば、制御因子 C と 2 水準のノイズ因子の N_1 と N_2 の交互作用があるならば、 $C \times N_1$ は C の-(負)の交互作用を意味し、 $C \times N_2$ は因子(+)の交互作用を意味する。

数値変換(transmitted)された分散モデル $\text{Var}(y)$ を用いると、推薦できる制御因子の組合せの競合を回避できる。この分散式は、種々の効果を単体式に結合しているからである。

特に交互作用プロットの目視判断が主観的であると考えらるなら、目的と因子選択の基本原則を提供するという副次効果がある。

次に、私たちは変換された分散モデルの計算を図示するのに(11.11)の応答モデルを使用する。私たちがノイズ因子 L, M_1 と M_q をランダムばらつきとしてとり扱うことができる。例えば、変数 M_1 は、 M_1 と M_2 で値 1 をとりそれぞれ確率は $1/4$ である。また M_3 と M_4 で -1 をとりそれぞれ確率は $1/4$ である。このあと、 L と M_1 と M_q に関し y のばらつきを計算できる。

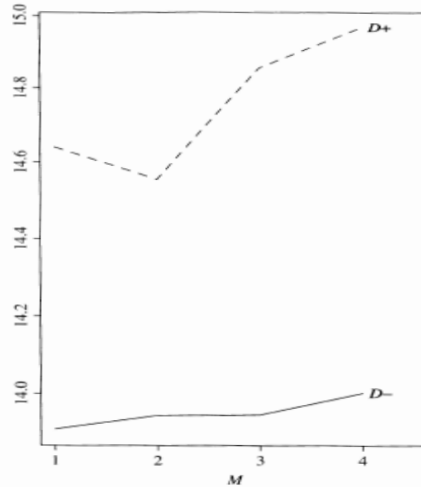


図 11.8 D × M 交互作用プロット「層成長実験」

単純化のために、(11.11)の制御因子かノイズ因子が-1,+1 の 2 値をとると仮定すれば、 L, M_i, M_q は、独立した確率変数となる。これから、下記式を誘導できる。

$$\begin{aligned} X^2_L &= X^2_{M_i} = X^2_{M_q} = X^2_A = X^2_c = X^2_H = 1, \\ E(X_L) &= E(X_{M_i}) = E(X_{M_q}) = 0, (11.12) \\ \text{COV}(X_L, X_{M_i}) &= \text{COV}(X_L, X_{M_q}) = \text{Cov}(X_{M_i}, X_{M_q}) = 0. \end{aligned}$$

モデル(11.11)の最初の 3 項はランダムではないから、 y の分散は (11.11) の最後の 5 項の分散の総和と同じになる。

$$(0.330 - 0.239x_H)X_L - (0.090 + 0.083x_c)X_{M_i} - (0.082x_A x_H)X_{M_q}$$

(訳注：(11.11) を整理した式)

(11.22) と独立の X_L , X_{M_i} and X_{M_q} がある。

$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &= (0.330 - 0.239x_H)^2 \text{Var}(X_L) + (0.090 + 0.083x_c)^2 \text{Var}(X_{M_i}) \\ &\quad + (0.082x_A x_H)^2 \text{Var}(X_{M_q}) \\ &= \text{constant} + (0.330 - 0.239x_H)^2 + (0.090 + 0.083x_c)^2 \\ &= \text{constant} - 2(0.330)(0.239)x_H + 2(0.090)(0.083)x_c \\ &= \text{constant} - 0.158x_H + 0.015x_c. \end{aligned} \tag{11.13}$$

(11.13)を適用すれば、推薦できる条件は H+と C-である。

(訳注：Var(y)はばらつきが小さいほうがよい。小さくする係数を選択する)

ここでは、図 11.6 の交互作用を使用した推薦条件を確認できる。因子 A の効果は、(11.7) の対数分散モデルと $A \times H \times M_q$ 交互作用プロットで有意である。しかしながら、 $X_A = +/-1$ のため $X_A^2 = 1$ となり、因子 A は(11.13)に現れない。

この食い違い(不一致)は、Var(y)の計算方法によって説明される。(11.11)の $X_A X_H X_{M_q}$ 項は、ノイズ因子の M_q を有している。しかしノイズ主効果 M_q は (11.11) に現れていない。その結果、 X_A が数値変換された Var(y)に含まれるように、比較する $X_A X_H X_{M_q}$ と X_{M_q} の共分散を必要とする。Var(y)で因子 A が落ちていることは、数値変換された分散アプローチで起こる問題を示している。ここで観察された食い違い(不一致)は Exercise17 で別途説明する。

11.6. 実験とモデル戦略Ⅱ：単体直交表と応答曲面法

N_1 が制御因子のサイズ, N_2 がノイズ因子のサイズならば, その直積の実験数 N は, $N_1 N_2$ となることを思い出してほしい. N が大きいほど実験コストは大きくなり, それは N に比例するために, 直積形式はあまりも非経済的である. その互換方法として制御因子とノイズ因子を一つにする単体直交表を適用する. 要求される実験数は, 小さいほうがよい. この点を解説するために板ばね実験の変更実験を考えよう.

そこは, 3 個の制御因子がある.

(A) 熱処理時間, (B) 転移時間, (C) 保持時間

2 個のノイズ因子

(a) 高温処理 (b) 急冷オイル温度

がある.

表11.7 直積 32実験数

				a	+	+	-	-
				b	+	-	+	-
No	A	B	C					
1-4	+	+	+	●	○	○	○	●
5-8	+	+	-	○	●	●	●	○
9-12	+	-	+	○	●	●	●	○
13-16	+	-	-	●	○	○	○	●
17-20	-	+	+	○	●	●	●	○
21-24	-	+	-	●	○	○	○	●
25-28	-	-	+	●	○	○	○	●
29-32	-	-	-	○	●	●	●	○

最後の 2 個はノイズ因子で, 高温処理と急冷油温度であるが定常の工程では管理できない. 交互作用の全てを予測するためには, 直積形式だと制御因子が 2^3 とノイズ因子 2^2 の積になる. (メモ: 3 因子の制御因子に対する 2^{3-1} 実験は, 推定されるべき 2 因子間の交互作用はとれない.)

表 11.7 のように直積形式だと, 2^5 で 5 因子に対して $8 \times 4 = 32$ 個の実験になる. 単体直交表形式が適用されるなら, $I=ABCab$ が適用され 16 個 (2^{5-1}) となる. リゾリューション V で 2 因子間の全ての交互作用を知ることができる. しかしながら, 単体直交表形式でも, 2 因子間の交互作用を推定でき, 犠牲なしに全実験数を半分にできる. 実験費用が, 大まかに実験数に比例するとすれば, 16 の単体直交表は, 近似的に半減できる.

単体直交表 16 個の実験は, 表 11.7 の ● 印に該当する. 残りの 16 の実験は ○ 印で表示され, 別な単体直交表となる.)

オリジナルの板ばね実験に戻ると, 表 11.4 の直積で $I=BCDE$ の 2^{5-1}_{IV} 型でノイズ因子 Q を含んでいない. $I=BCDEQ$ の (2^{5-1}_{V}) 型の単体直交表は, リゾリューション V 型で主効果と明確な 2 因子間の交互作用が解る. 一方, 直積なので制御因子間の交互作用がないことは明確である.

7 章のルータバット実験は, 別形式になる. もっと複雑になるのだが経済的観点から単体直交表を薦める. 因子 E のスピンドルは, ノイズ因子の取り扱いになる. スピンドル間の比較には関心がなく, 4 個のスピンドルに関してルータバットの寿命をよくしたい.

11.3 節のノイズ因子の分類にしたがうと, スピンドル間のばらつきは, 品物間のばらつきと同じである. 表 7.2 のオリジナルの実験割り付けは単体直交表となっている.

表 11.8 ルーター実験と直積形式

No	制御因子								ノイズ因子 E			
	A	B	C	J	D	F	G	H	0	1	2	3
1	0	0	0	0	0	0	0	0	X			
2	0	0	0	0	1	1	1	0		X		
3	0	0	0	0	2	0	1	1				X
4	0	0	0	0	3	1	0	1			X	
5	0	1	1	0	2	1	1	0	X			
6	0	1	1	0	3	0	0	0		X		
7	0	1	1	0	0	1	0	1				X
8	0	1	1	0	1	0	1	1			X	
9	1	0	1	0	3	0	1	1	X			
10	1	0	1	0	2	1	0	1		X		
11	1	0	1	0	1	0	0	0				X
12	1	0	1	0	0	1	1	0			X	
13	1	1	0	0	1	1	0	1	X			
14	1	1	0	0	0	0	1	1		X		
15	1	1	0	0	3	1	1	0				X
16	1	1	0	0	2	0	0	0			X	
17	0	0	0	1	0	0	0	0	X			
18	0	0	0	1	1	1	1	0		X		
19	0	0	0	1	2	0	1	1				X
20	0	0	0	1	3	1	0	1			X	
21	0	1	1	1	2	1	1	0	X			
22	0	1	1	1	3	0	0	0		X		
23	0	1	1	1	0	1	0	1				X
24	0	1	1	1	1	0	1	1			X	
25	1	0	1	1	3	0	1	1	X			
26	1	0	1	1	2	1	0	1		X		
27	1	0	1	1	1	0	0	0				X
28	1	0	1	1	0	1	1	0			X	
29	1	1	0	1	1	1	0	1	X			
30	1	1	0	1	0	0	1	1		X		
31	1	1	0	1	3	1	1	0				X
32	1	1	0	1	2	0	0	0			X	

表 11.8 は再整理されている。8 個の制御因子の全組み合わせにノイズ因子が対応している。(訳注: 表 7.2 の因子 E をノイズ因子とし右端に, 残り 8 個の制御因子を左側に集めている) 8 因子とそれに対する 1 個のノイズ因子の組合せで 32 個の表になっている。これは, 明らかに直積でない。4 個のスピンドル (E) の動きを同調させるために, 各因子 B(X-Y 供給方向), C(内側供給), J(回転方向) と同じ実験数で対応しなければならない。

同じく, 4 個のスピンドル (E) に対してオリジナルの因子 A (吸引) も対応している。(訳注: 因子詳細は表 7.1 (補足資料) にある。E は 4 水準, ABCJ は 2 水準でだが各組み合わせは同数である。) 32 個だが, 因子 ABCJ は 8 個の異なった組合せがあるだけである。(訳注: 左側因子 ABCJ は 4 個ごとに同一であるから, 8 分類で構成される)

8 個の組合せに対して, 4 個のスピンドル (E) に 4 個の異なった DFGH の組合せが割りつけられている。ルート(表面処理)工程は, 全ての 4 スピンドルを含むので実験コストは 32 個分ではなく 8 個分になる。直積形式は, どんな実験計画であったろうか? どんな割り付けであったろうか? 表 7A.1-7A.3 は, $0A(16, 4^1, 2^7)$ は最小の 8 因子の制御因子の割り付けでリゾリューション III である。4 個のスピンドルを $0A(4, 4^1)$ すれば, 直積では 64 個の実験数になる。前節で議論したように, 全実験コストは, 64 個の替わりに 16 個になる。直積を適用するなら, 少なくとも単体直交表の倍になる。材料費も実験時間も倍となる。これが, なぜ単体 (直交表) 形式がオリジナル実験に適用されるかの理由になる。

どのようにして, 単体(直交表)形式の実験を解析するのだろうか? 仮に, 表 11.8 のような直積でないならば, 明らか同じノイズの繰り返しがないために平均値-分散モデル法が適用できない。応答モデル法を単体直交表形式の実験に推奨する。7 章にあるルータバット実験のデータ解析に, 本質的に応答モデルを適用する。ノイズ因子 E を認識するには, 更なる分析に制御因子とノイズ因子の交互作用図を作成する。詳細な解析は, 演習問題にある。「訳注: 表 7.1 を補足資料として追加した」

表7.1 因子・水準 ルーター実験(*:現行条件)

記号	因子	単位	水準			
			1	2	3	4
A	吸気圧	Hg	1	2*		
B	x-y軸移動	m/分	60*	80		
C	内側移動	m/分	10*	50		
D	ビット形式		1	2	3	4*
E	スピンドル位置		1	2	3	4
F	吸引口		SR	BB*		
G	位置高さ	インチ	3/16	1/4*		
H	スロット深さ	mils	60*	100		
J	速度	rpm	30,000	40000*		

11.7 直積の推定能力と追加選択

(訳注：リゾリューションⅢ、Ⅳ、Ⅴは別紙参照，clear/strong clearはWu独自の用語である.)

直積形式と単体形式の良悪を比較するために，最初に直積を形成する制御因子の直交表とノイズ因子の直交表からの効果を予測する．後で提示される事例の理論を以下に示す．混乱を避けるために，このセクションでは，大文字を制御因子，小文字をノイズ因子に適用する．

他の主効果と交絡(別名関係)がなければ，主効果あるいは，2因子間交互作用を割り付けることができる．計画が少なくともリゾリューションⅢならばすべての主効果は，他の主効果と交絡がない。「訳者注(山田秀(2004)p-116参照)」

2因子間交互作用を割り付けられないのは，そこにある主効果と交絡するためである．効果の階層構造原則によると交互作用より主効果を知ることが重要である．したがって2因子間の交互作用を推定しない．(訳注：階層構造原則：主効果…低次項・交互作用・高次項の階層構造を示す．前方のほうを重要とする)．

例 11.1. 仮に2因子間交互作用が存在するとしても主効果を確認のみだから交絡のない割付は，たいして重要でない．(訳者注：5：交絡のない割付をめざすことは重要でないという意味)したがって，実験実施で，交絡の有無またはその程度に関する判断は，重要でない．

制御因子は， $I=ABC$ の $2^{\frac{3-1}{III}}$ の割り付け，ノイズ因子は， $I=abc$ の $2^{\frac{3-1}{III}}$ の割り付けとする．直積は，定義関係(defining relation) $2^{\frac{6-2}{III}}$ から16実験となる．

$$I=ABC = abc = ABCabc. \quad (11.14)$$

制御因子の3つの主効果A, B, Cとノイズ因子の3つのa, b, cを割り付ける．(11.14)の定義関係から，容易に理解できることだが，その全自由度は15あり，6つの主効果A, B, C, a, b, cが割りつけられ，制御因子とノイズ因子の交互作用の9個は，Aa, Ab, Ac, Ba, Bb, Bc, Ca, Cb, Ccに交絡がない．制御因子とノイズ因子との交互作用ほど強いものはない．その理由は，3因子交互作用の交絡にある．(訳注：内外わりつけの因子間の交互作用は強いという説明である)．例えば，(11.14)のようなAa=BCa=Abcである．直積は，制御因子とノイズのテンソル積と見なせるために，推定効果の選択も同様に積構造である．すなわち直積形式は，「制御因子の推定できる効果」と「ノイズの推定できる効果」の積の全てを推定できる．

事例11.1の結果は定理11.1で与えられる簡単な例を示す．

定理では，組合せ効果は，他の効果を見捨てるという前提のもとで与えられた組合せから α_i を制御因子の効果， β_j をノイズの効果とすれば，これらの記号の積 $\alpha_i \beta_j$ は，2つの効果間の一般化された交互作用である．例えば，4因子の交互作用ABabはABとab間の一般化された交互作用である．

定理 11.1. 制御因子から選択された 2^{k-p} の割り付け計画 d_c , ノイズ因子が選択された 2^{m-q} の割り付け計画 d_N とすると直積は, d_c と d_N の積から構成される.

(i): $\alpha_1 \cdots \alpha_A$ を d_c 中の制御因子間から推定できる要因効果, また $\beta_1 \cdots \beta_B$ を d_N 中のノイズ因子間から推定できる要因効果とするならば, $i=1 \cdots A, j=1 \cdots B$ に対し $\alpha_i \beta_j$ を $d_c \otimes d_N$ から推定できる.

(ii): 全ての km 個の制御因子とノイズ因子の全ての交互作用は, $d_c \otimes d_N$ 中にある.

証明: u_1 から u_{2^p-1} を d_c の定義語とし, v_1 から v_{2^q-1} を d_N に対する定義語とする. 次に, $2^{(k+m)-(p+q)}$ 計画の $d_c \otimes d_N$ に, $2^{p+q}-1$ の定義語がある.

$$u_i, v_j, u_i v_{jj} = 1, \dots, 2^p - 1, j = 1, \dots, 2^q - 1. \quad (11.15)$$

(i) の証明のためには, $\alpha_i, \beta_j, \alpha_i \beta_j$ 間の組み合わせに交絡がないこと, すなわち (11.15) の定義語間に出てくる対の積がないことを証明することが必要になる.

まず最初に, α_i と α_j で考えてみよう. α_i と α_j は d_c (制御因子) の中で推定できるので, $\alpha_i \alpha_j$ は, いかなる u_i とも同じでない. v_j はノイズ因子 d_N (ノイズ) に対しては, $\alpha_i \alpha_j$ は v_j あるいは $u_i v_j$ と同じではない.

同様に β_i と β_j は交絡していない. α_i と $\alpha_j \beta_k$ で考えてみよう. 積の $\alpha_i \alpha_j \beta_k$ は, (11.15) の定義語にない. それは, $\alpha_i \alpha_j$ はいかなる u_i とおなじでないからである. 同様な議論で, 下記3つ対 $(\alpha_i, \beta_j), (\beta_i, \alpha_j \beta_k), (\alpha_i \beta_j, \alpha_i \beta_j)$ の組合せにも交絡はない.

(ii) の証明であるが, km 個の制御因子とノイズ因子の交互作用は, (11.15) の用語 $u_i v_j$ で表現できる. d_c と d_N がリゾリューション III なので, u_i と v_j は少なくとも length3 (3文字) を持っている. (訳注: 定義の用語が 3文字で構成されるという意味である) これと u_i は唯一制御因子を含み, v_j はが唯一ノイズ因子を含むとすると, $u_i v_j$ は length6 (6文字) となる. したがって, 制御因子とノイズ因子の交互作用は, 4因子間, または高次の交互作用で交絡する. 少なくとも一つの制御因子と一つのノイズ因子を含む幾つかの3因子交互作用が交絡する. (例 11.1 でそのような例は議論された.)

ここで, 制御因子とノイズ因子の積の交互作用は, $d_c \otimes d_N$ 中にあることを証明している. 定理 11.1 は r をともなった指数形式の r^{k-p} 割り付け計画に拡張できる. 詳細な展開は, 同じ証明で長い下記の様である. 定理 11.1 (i) は, d_c と d_N に一般的な組合せが選択されるならば, 必ずしも直交表でなくともよい. それでも幾つ仮定を満足させる結果となる. 証明と要求されたモデルの仮定に対し, Shoemaker, Tsui, および Wu (1991) の補足資料を見てください. 定理 11.1 (ii) の結論は, とりわけ面白い.

節 11.5 で述べられているように, 制御因子とノイズ因子の交互作用はロバスト因子の選択に大変重要な役割を演ずる. 制御因子・ノイズ因子のわりつけで 3 因子間交互作用以上を無視しているのだが, 直積はその全ての交互作用を含むことである. 定理 11.1 とその一般化によると, 少なくともリゾリューション III で選択されているならば制御因子とノイズ因子と無関係に制御因子とノイズ因子の交互作用の全ては, 直積 $d_c \otimes d_N$ の中にあり交絡がない. 推定される制御因子間の要因効果は, d_c の選択に依存する. 一般的に最小数設計 (minimum aberration design) は, 制御因子で選択される. (訳注: 最小数設計 (minimum aberration design) : を交絡が最小になるような「知りたい効果」の割り付けをいう)

ノイズ因子間の要因効果の推定は, 大した問題でないが, ノイズ直交表の選択は定理 11. (i) の中で幾つかの $\alpha_i \beta_j$ を推定するために指定する. 明確にそのような必要性を述べられていないなら, ノイズ組合せ対する最小数設計 (minimum aberration design) は安全な選択となる. 3 またはそれ以上の水準が必要なら, 第 6-10 章で議論した組合せが制御因子とノイズ因子に適用される. それらは, 3 水準, 混合水準, 非定常と 2 次効果を含む.

11.8 直積と単体直交表との選択

どうすれば、単体直交表は推定能力で直積直交表に匹敵できるであろうか？ここで、私たちは、割り付け可能(eligible), 交互作用がある(clear), さらに 2 因子交互作用がなく 3 因子間交互作用がある(strongly clear)のような異なった効果を参照する推定能力を適用する。私たちは、下記の記述する点で単体直交表と例 11.1 の直積直交表を比較する。

(訳注:この分類は著者 Wu の独自分類である。翻訳では著者の意図を理解しつつこの英単語を訳文に反映させることとする:「推定能力」は, Wu 独自の分類で eligible, clear, strong clear を使って割り付け能力を比較しようとしている。). (訳注:例 11.4 の 2 文章の 10 行に eligible という単語が 7 回, effect という単語が 11 回使用されている。これは翻訳作業自体が不可能な状況だが著者 Wu が複雑な関係を詳細に解説したいとする熱い意図を尊重し翻訳作業を継続する。訳者とし力不足を感じており, 読者による英語テキスト原文の参照を推奨する。)

例 11.2. 例 11.1 の直積直交表の代替案として, $I = ABCa = ABbc = abcC$. とする単体直交表 (最小数設計: minimum aberration design) 2^{6-2}_{IV} を選ぶ. (訳注: 制御因子 3, ノイズ因子 3 が同一直交表 L_{16} にあたる)

この割り付けは, リゾルーション IV (訳注: 山田 p111, 114 参照) なので, すべての主効果に 2 水準間交互作用の交絡ないが, 2 因子間交互作用どうしは交絡する. (リゾルーション: 別紙参照)

2 因子交互作用は割り付けられるが, それらは以下の 7 つのグループに分割される

$$AB = Ca = bc, AC = Ba, BC = Aa, Ab = Bc, Ac = Bb, Cb = ac, Cc = ab. \dots (11.16)$$

残っている自由度 2 は, 3 因子間交互作用のためのものである. (訳注: 6 因子主効果なので自由度 6, 2 因子間の交互作用が 7 なので合計 13 となり L_{16} (自由度 15) に対し 2 個が残っている)

この割り付けは, 事例 11.1 の直積より高いリゾルーションであるためパラメータ実験では劣り, 制御因子とノイズ因子の交互作用を正確に推定できない. (訳注: 「単体直交表に割り付けると直積のように制御因子とノイズ因子の交互作用を求められない」という意味). しかしながら, 11.5.1. に記述されているように 2 段階設計で制御因子とノイズの交互作用はロバスト設計ができるし, 主効果は目標値の合わせることができる.

例 11.2 はリゾルーション(iv)と不十分であるが, 最小数設計(minimum aberration design) のパラメータ設計を示している.

これらの評価基準は, 低次効果原理 (the effect hierarchy principle: 主効果が一番, 次に低次の交互作用の順に重要とする原理) に基づき, それは, 同次である). しかしながら, この低次効果原理 (the effect hierarchy principle) は, パラメータ設計実験では有効でない. 例えば, 以前に議論したように, 制御因子とノイズ因子の交互作用は, 制御因子間の交互作用より重要である.

下記は, パラメータ設計で適切な順位を提供する原理である.

パラメータ設計の次数効果原理(Effect Ordering Principle in Parameter Design)効果の重要性は下記のように上から下の順位で整理されている.

- (i) 制御因子とノイズ因子の交互作用, 制御因子の交互作用, ノイズの主効果
- (ii) 制御因子間の交互作用と制御因子と制御因子とノイズとの交互作用
- (iii) ノイズ同士の交互作用.

制御因子とノイズ因子の交互作用と制御因子の主効果は, パラメータ設計最適化の 2 段階手順に使用されるため最も重要である. ノイズの主効果は(i)に含まれている. しかしながら, ノイズの主効果にてパラメータ設計の調整ができないが, それらの大きさは他の効果と

交絡することが重要である。もし制御因子とノイズ因子の交互作用にてノイズの主効果が全くないなら、ロバストネスがないことになる。

例えば (11.13) にノイズ効果 X_{Mq} がないのは、モデル(11.11)にノイズ主効果 X_{Mq} がないためである。しかし(11.11)では主効果 X_H と X_C は、(11.11)でノイズ主効果として出現している、制御因子とノイズ因子の交互作用は、制御因子の主効果より重要であることは以前に議論した。一般に、これらを私たちは、同分類にしがちである。

(ii)の効果は、(i)より1つか2つ高次にあり、(i)の最初の2つの制御因子の効果の積とである。したがって、(ii)で次数効果原理(the effect ordering principle)で見ると、(i)ほど重要でない。

(iii)のノイズ間の交互作用は、あまり重要でない。それは、ノイズの主効果よりは重要でないからである。ここでは、出力に対するノイズ効果を低下させる大きな制御因子とノイズ因子の交互作用を見つける以外にノイズ効果の重要性はない。

(ii)での制御因子間の交互作用とノイズ因子の交互作用は、3因子間の交互作用であり、前章で述べられたように無視するか、問題にしない。パラメータ設計の手順では、制御因子間の交互作用とノイズ因子の交互作用は2次効果と見なされる。出力に対しノイズ因子効果を減衰させるときに2因子を使って調整するときには有効となる。よい例として、層成長実験のための応答モデルでの $A \times H \times Mq$ という交互作用がある。しかしながら、無差別にこの原則に従うべきでなくて、とりわけよく考察された実施例では異なった順位が妥当である。

次数効果原理(the effect ordering principle)に基づけば、最小数設計の直積直交表の例 11.2 より良い単体直交表を見つけ出すことができる。

例 11.3. 定義関係が $I=ABCa=\alpha bc=ABCbc$ となる単体直交表を仮定する。

9つの効果 $A, B, C, Ab, Ac, Bb, Bc, Cb$, および Cc には交絡がない(clear)。a, b, c は割りつけられる(eligible)が $Aa=Bc, Ba=AC$, および $Ca=AB$ の3対が交絡する。リゾリューション III(訳注: 主効果同士の交絡がないが主効果と交互作用, 交互作用間で交絡がある)だから、推定能力は、例 11.2 の最小数設計より明らかに優れている。3文字の定義関係における3ノイズ因子間の交互作用 abc は、次数効果原理から見ても重要でない。これは、「単体直交表の最適化構造から多くのノイズ因子は、より短い定義用語中に含まれるべきである」ことを意味している。

例 11.1-11.3 での3計画の推定能力の比較を、表 11.9 に与える。11.2 の割りつけは、明らかに6効果しかないから最低である。

表11.9 事例に対する3設計の推定能力比較 (注記:追加)

設計	割り付け可能(eligible)	割り付け(Clear)	リゾリューション
11.1	A,B,C,a,b,c	Aa,Ab,Ac,Ba,Bb,Bc,Ca,Cb,Cc	III
11.2	2因子間全因子の15交互作用	A,B,C,a,b,c	IV
11.3	a,b,c,Aa,Ba,Ca,AB,AC,BC	A,B,C,Ab,Bb,Cb,Ac,Bc,Cc	III

11.1 と 11.3 の割り付けには、9つの交絡のない(clear)効果がある。選択は、どんな効果を重要だと考察するかによる。3個の制御因子の主効果と6個の制御因子とノイズ因子の交互作用は、交絡がないために11.3の割り付けは、わずかに優れている。しかし多くの実用的な状況で、9個の制御因子とノイズのすべての交互作用が重要であることではない。仮に、11.3の6個の交互作用が重要とされるなら、3個の制御因子効果は出力調整に適用できる。交絡効果のない(clear effects)選択のフレキシビリティ(Flexibility)は、割り付け11.3が有利である。割り付け11.1は、交絡のない(clear)主効果がないためにフレキシビリティはない。

以前説明したように、割り付け(eligible effects)効果は、割り付け(clear effects)効果に対し2次基準として使用される。しかしながら、全ての割り付け(eligible)効果を設計に

適用するわけでない。それは、幾つかの割り付け (eligible) 効果は、お互いに交絡するからである。例えば設計 11.1 は、6 個の割り付け (eligible) 効果だが、11.3 は 9 個の割り付け (eligible) 効果がある。11.3 の 9 個の割り付け (eligible) 効果は、自由度 6 に対する 3 対の交絡効果であるが、双方 (11.1 と 11.3) に違いがある。より良い判定基準は、割り付け (eligible) 効果に対する自由度を使用することである。単体直交表を使用する実験数削減は、つぎの例に示すように 2 水準以上の実験で劇的である。(注記：本文節に関心のある読者は原文を読んでいただきたい)

例 11.4. 3 つの 3 水準の制御因子 A, B と C と 2 個の 3 水準のノイズ因子 a, b からなると仮定する。

制御因子の割り付けは、 $I=ABC$ とする $3^{\frac{3-1}{3}}$ とし、ノイズ割り付けは 3^2 とする。そうすると直積は、 $I=ABC$ で 81 の実験数になる。この議論は、6.6 節と同様である。制御因子は、3 個の主効果の 1 次成分と 2 次成分 $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ と 1 次間の交互作用 $(AB)_1, (AC)_1$ を推定する。明らかに、ノイズ因子で主効果と 2 因子間の交互作用を推定できる。

定理の 11.1 を拡大すれば、直積の 81 実験は、全部で 80 個の効果を推定できる。それぞれの 5 個の主効果と、1 次間、1 次と 2 次間、そして、2 次と 1 次間、2 次と 2 次間成分と更に 6 つの因子間の交互作用 $A \times a, A \times b, B \times a, B \times b, C \times a, C \times b$ がある。直積の残りの 46 個の自由度は、関心がないか有意でない効果に配分されている。もっと経済的な方法は、5 因子に単体直交表を選択することである。例えば、ただ主効果と 10 因子間の 1 次×1 次の交互作用に関心があるならば、27 個の実験となる中心化計画が選択される。同様に 22 または 23 個の中心化計画も可能である。これらの 3 個の割り付けは、表 10A.1 で与えられる。

パラメータ設計実験の費用は、全実験数だけで決定されることはない。最も現実的な費用は、2 因子が関係する。 C_1 は制御因子の繰り返し、 C_2 はノイズの繰り返しである。例えば、層成長実験では、 C_1 は制御因子の設定を変更する原価を表している。 C_2 は、ウエハの繰り返しを表している。通常、前者は後者よりはるかに高い場合がある。ただ単体または直積で、 N_1 を制御因子の組合せ、 N_2 はノイズの組合せとする。その時総費用が次で与えられている。

$$C=C_1N_1+C_2N_1N_2 \quad (11.18)$$

2 つのケースが考えられる： (i) If $c_1 \gg c_2N_2$, の場合

$$C = c_1N_1(1+ C_2N_2/C_1) \doteq C_1N_1 \quad (11.19)$$

N_1 が、最小化されるべきです。

直積で、制御因子の大きさ N_1 は小さいほうが好ましい。層成長実験はこのようなケースの優秀例を提供する。明らかに C_1 は C_2 より大きいのは、制御因子設定での工程条件の変更は、時間がかかりウエハの原価も高い。元の実験で直積を使用すると、原価を熟考することで正当化される以外に工程の性質によって述べられる。

$$(ii) \text{ If } C_1 \ll C_2N_2, \text{ then } C = C_2N_1N_2(1+ C_1/C_2N_2) \doteq C_2N_1N_2 \quad (11.20)$$

$C_1 \ll C_2N_2$ ならば $C = C_2N_1(1+ C_1/(C_2N_2)) \doteq C_2N_1N_2$ (11.20) となる。

全実験数 N_1N_2 が最小化されるべきである。これは、実験費用を低減できるため、単体直交表を推奨したい。 C_1 が C_2 に近くなり、 N_2 が多くなると、条件 $C_1 \ll C_2N_2$ が満足される。良い事例が、演習 (表 11.11) のギア実験により提供されている。(参照:表 11.11). N_2 が 8 に近く、 C_1 が C_2 に近いなら妥当な仮説である。実験の新セットアップが要求される時に制御因子またはノイズ設定を変更する。これらの 2 つの代表的なケースの間では、単体、または直積の選択は明

快な判断基準はない。そして、他の慎重な考察が考慮に入れられるべきである。良い事例は、板ばね実験である。熱冷却油温度は、工程で再実験が要求されるので、 C_2 の原価は C_1 に近くなる。単体直交表と最適選択と選択基準は、Wu と Zhou (2003), Wu と Hamada (2000, 10.9 節) を参照してください。

表11.10 8個のノイズ割りつけ

実験	N1	N2	N3	N4
1	-	-	-	-
2	-	-	+	+
3	-	+	-	+
4	-	+	+	-
5	+	-	-	+
6	+	-	+	-
7	+	+	-	-
8	+	+	+	+

11.8.1 調合ノイズ因子：

(11.20)を含む(ii)の実験なら、直積はあまりにも経済的ではない。単体直交表には、極端な2条件をノイズ因子(田口1987)とする調合誤差因子を適用する方法がある。例えば、各々2水準の4因子の例を考えてみよう。表11.10の8実験の直交表のノイズ因子の替わりに、反対符号(-, -, -, -)と(+, +, +, +)の2セットを選定する。表11.10の1と8は2水準の調合誤差因子と言われる。他の可能性としては、(2, 7), (3, 6)と(4, 5)の組合せがある。調合誤差因子の明らかな効果は、実験数の削減にある。 N_1 が制御因子のサイズを代表しているなら、直積の実験は $8N_1$ となるが、調合誤差因子は $2N_1$ の実験数になる。

実験数削減のために単体直交表にても実施できるために、なぜ調合誤差因子まで考慮するのだろうか？大きな理由は、直積の積構造が制御因子と調合誤差因子間の実験構造になることである。しかしながら、調合誤差因子の2水準が、全ての制御因子の組合せに極端な条件であることが前提である。この前提は実例の中では、これは実現しないかもしれないし、研究者にとって、それらが真に両極端条件であることを証明することは困難である。

Hou(2002)は調合誤差因子のテクニックを使い基礎的モデルの変数に幾つかの苛酷条件を適用した。それでロバストな組合せ設定を選択できる。しかしながら、これらの状態が、実験の計画段階で厳密に極端条件かどうかを確かめることは難しい。研究者は、誤差因子と制御因子がどのように出力変化に影響を及ぼすかを知っていたなら、パラメータ設計実験をすることは、不要だったでしょう。そのような知識の不足は、良い調合誤差因子(存在しているなら)は特定するのが難しいことを示している。第12章における射出成形実験は、4つの調合誤差因子でばらつきを表す。(表12.2参照)更なる解説と種々の手段は、12.6節で信号-出力システムのためのパラメータ設計実験で与えられる。

11.9 パラメータ設計最適化に対するSN比とその限界

平均-分散モデルアプローチのばらつきは、Taguchi(1986)によって提案されたSN比アプローチである。ここで、 μ と σ^2 を与えられた制御因子の出力の平均と分散と定義する。

$$\eta = \ln(\mu^2 / \sigma^2) \quad (11.21)$$

直積が実験に適用されるとし、サンプル値ならば(η)

$$\eta = \ln(\bar{y}^2 / s^2) \quad (11.22)$$

(11.22)は、与えられた制御因子の組合せに対するSN比(SN比)とする。ここでは、 y と s^2 は、(11.4)で定義されるように、標本平均と分散である。制御因子の機能として η をモデル化することで回帰モデルを適用する。

タグチの2段階設計における望目特性の問題

- (i) SN比モデルの有効な制御因子の水準を選択し, η を最大化する. (11. 23)
- (ii) 目標値を達成し(i)が現れないような平均値に有効な水準を選択する.

このステップ(i)のSN比の適用手順は, (11. 5:L&Dモデル)と異なっている.

2段階手順は, (11. 22)の η を通常大きくし, 小さい S^2 (11. 5)を実現するか, または y を大きくするかで矛盾がない. 一方, (11. 5)で大きい y は必要としていない. この点で, SN比アプローチの妥当性の幾つかの問題が上がってくる. その典型的な要件は, システムの分散か標準偏差と同じ割合で増減するに直線的な入出力システムである. このような厳格な要件は, 多くの実用的な状況で物理的な正統性を欠くことになる. しかしながら, 以下の関係が成立するなら, それを正当化できる: 以下のモデルで検証できる.

$$\text{Var}(y) \propto [E(y)]^2 \quad (11. 24)$$

$$y = \mu(x_1, x_2) + \varepsilon(x_1), \quad (11. 25)$$

ここで $E(\varepsilon) = 1$ and $\text{Var}(\varepsilon) = P(x_1)$ とする.

$$\eta = \ln \left[\frac{[E(y)]^2}{\text{Var}(y)} \right] = \ln \left(\frac{1}{P(x_1)} \right). \quad (11. 26)$$

このモデルは, y は $\mu(x_1, x_2)$ と分散は $\mu^2(x_1, x_2)P(x_1)$ となり, このモデルは
 $\eta = \ln \left[\frac{[E(y)]^2}{\text{Var}(y)} \right] = \ln \left(\frac{1}{P(x_1)} \right).$ (11. 26)
 となる.

したがって, SN比 μ を最大化することは二乗された変動係数 $P(x_1)$ を最小にすることと同じである. 以下の通りモデル(11. 25)のもとでは, 田口の2段階手順は, 下記のように再定義できる.

- (i) $p(x_1)$ を最小化する X^*_1 を選択する.
- (ii) 目標値と等価の $\mu(x^*_1, X^*_2)$ とする X^*_2 を選択する. (11. 27)

(11. 5)と(11. 27)を比較すると x_1^* 中の因子は, ばらつき因子の役割をする. 因子 X_2 は(11. 5)における調整の役割をする. (11. 24)と(11. 25)での関係は, μ が $r\lambda\mu$ に替わって, σ が $\lambda\sigma$ に替わり η が残る. このような関係は, SN比 η は(11. 27)のステップ(ii)出力調整の影響を受けないので, SN比 η は, 「調整の如何にかかわらない性能指標」(PerMIA)と呼ばれる. (訳注:PerMIA:Performance measure independent of adjustment)

スケール(出力のみが変化する)因子が調整に使用されるならば, この性質はしばしば成立する. 層成長実験における堆積時間と射出成形における型サイズはスケール因子の好例である. “調整の独立性に関する性能指標(PerMIA) “の理論と議論に関しては, J, León, Shoemaker, Kacker (1987) León と Wu(1992) を参照してください.

(11. 25)モデルは, むしろ特殊化(限定化)されており, 実用的な状況下では成立しない. この一般的モデルからSN比アプローチの性能に関する疑問が出てくる.

このモデルで考えてみましょう. (ε)項を落としたモデル(11. 2)の簡略した式である.

$$y = \mu + \alpha X_2 + \beta Z + \gamma X_1 Z \quad (11. 28).$$

(11. 28)の y は, ノイズのばらつき Z に連動したばらつき γ とする. X_1 は, ばらつき因子, X_2 は調整用因子である.

$$|\gamma/\beta| \gg |\alpha/\mu| \quad \text{と} \quad |\alpha/\mu| \approx 0$$

Bérubé と Wu(2000) の数値シミュレーションは, (11. 28) のもとで, SN 比アプローチは X_2 が調整用因子として下記条件が成立することを示している.

$$|\gamma/\beta| \gg |\alpha/\mu| \quad \text{と} \quad |\alpha/\mu| \approx 0 \quad (11. 29)$$

$$(\text{訳注: } \gamma/\beta = \mu/\beta + \alpha X_2/\beta + \beta z/\beta + \frac{X_1 Z \gamma}{\beta}, \quad (11. 28).)$$

$$(\text{訳注: } \gamma/\mu = \mu/\mu + \frac{X_2 \alpha}{\mu} + \beta z/\mu + \gamma \bar{X}_1 Z/\mu, \quad (11. 28).)$$

(11. 29) が大きく変化する事例で, SN 比アプローチは, X_2 を調整因子としても失敗するために, 田口の 2 段階設計は上手くいかない.

Bérubé と Wu の拡張された研究では, SN 比アプローチが添付のようなクラスの包含したモデルではうまくいかないことを示している. ここで, $E(\varepsilon) = 0 \quad \text{Var}(\varepsilon) = P(X_1)$ とする.

$$y = \mu(X_1, X_2) + (\mu(X_1, X_2))^\lambda \varepsilon(X_1)$$

$$E(\varepsilon) = 0 : \text{Var}(\varepsilon) = P(X_1).$$

正しいモデルが (11. 25) の仮定から外れるとき, 妥当性は悪くなる.

SN 比アプローチに関する 3 番目の問題は, η 統計値をモデル化する際の複雑さで起る.

11. 5. 2 節の始めに述べたように, 標本分散 s^2 は, オリジナルの応答 y よりさらに制御因子と複雑な関係を持つ傾向がある. η が s^2 と y 両方にかかわるため, さらに複雑な関係となる. 仮に, ばらつき s^2 に影響する因子(ばらつき因子)と出力 y に影響する別の因子(調整因子)が 1 つのグループ内にあるとき, 出力(応答)とばらつきを単体量であらわす η の解析では明らかにできない. モデル(11. 25) のような状況以外ならば, η は一般に複雑な(parsimonious 吝嗇性:)モデル化なしに, 出力 y , 出力平均 \bar{y} あるいは対数分散($\ln s^2$)を見出すことは難しい. $\ln s^2$ (対数分散)のばらつきが, y のばらつきと関係があるとして, η と $\ln s^2$ の解析は本質的に同じ結果になる. (11. 5) と (11. 23) のツーステップ手順の間には, 差がほとんどない. さもなくば, 2 つ方法を使用することの推薦理由は異なることになる.

この議論は, SN 比アプローチがしばしばデータで確かめにくい限られた正当性を持っているか, または物理的な根拠で支持されることを示す. これはパラメータ設計の最適化で良くない. SN 比アプローチがデータ分析に使用されるとき, それは分散モデルか, 応答モデルで裏付けを取るべきである. 次に, 3 つのアプローチからの結果を比較するべきである. それらの重大な不一致がそれらにあるなら SN 比分析の妥当性を疑うべきである.

SN 比分析の理解に対し別アプローチとして, データの数値変換がある. η が $\ln y$ の負の \log 分散にほとんど同等であるので SN 比分析は, 特殊なものとして y の変化の (3. 81) 指数変換(Power transformation) と同類の応答-分散モデル解析とみることができる.

11. 9. 1 層成長実験の SN 比分析

ここで, SN 比アプローチを層成長実験に適用する. それぞれの 16 の制御因子の設定実験があり, (11. 22) の SN 比統計値 η を計算し, 表 11. 5 の最終列にとした. (11. 23) の 2 段階手順のステップ(i)における η を, 最大化する. ここで, η に有意な効果を特定する. 出力は, 応答が $\ln s^2$ の代わりに η であることを除いて, 合わせ込まれたモデルは, 11. 5. 1 節と同じである. 図 11. 9 で η の半正規プロットを与える. 図 11. 2($\ln s^2$ に対する)と図 11. 9 と下部の間の近い類似点は, SN 比解析は $\ln s^2$ にもとづいた分散解析同じ結論になる. 以下の通り類似性について説明する. 表 11. 5 における $\ln s_i^2, \ln y_i^2$ の列を調べると

後者のばらつきは, 前者の変化より 1 桁大きいことが解る. これは下記の関係にある.

$$\eta = \ln y^2 - \ln s^2$$

層成長実験において SN 比の η のばらつきは、 $\ln s^2$ 項に支配されていることを示している。SN 比アプローチと平均-分散モデル化アプローチは実験に関し同結果になるが、後者のアプローチは、ここで説明したように簡単さと他の利点のために好まれる。

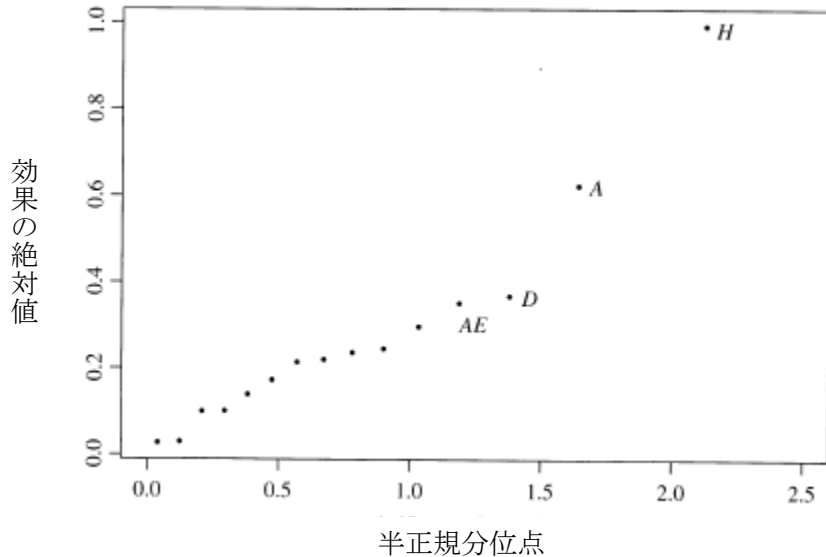


図 11.9. SN 比効果の半正規プロット [層成長実験]

*11.10 更なる話題

本章はロバスト設計におけるいくつかの基本技術を解説する。進化し続けるロバスト設計研究で、今まで見られている包括的なレビューを試みるつもりはない。1992 の意見と研究の概要は、Nair (1992) によって編集された公開討論会を見てください。ここでは、いくつかの選択された話題を簡潔に見直すことにする。

1. ノイズばらつきの利用

同じノイズ設定のもとで管理された実験に正の相関があるならば Bérubé and Nair (1998) は、相関を利用する分散効果の予測でかなりの効果的利得が得られることを示した。Steinberg と Bursztyn (1998) は、ランダムなばらつきとして取り扱うモデルよりノイズ因子の水準が計画された変化のほうに意味があることを示した。他のばらつき効果を予測する方法の参考文献は、Box と Meyer (1986), Nair と Pregibon (1988), Rosenbaum (1994), Bergman と Hynen (1997) を含む。パラメータ実験においてノイズ因子の水準の管理（維持）が困難（例えば周囲の雰囲気温度は管理されていないかもしれない）ならば、実験はノイズ条件（例えば、より暖かい、より冷たい温度）の変化の中で実施する。ノイズ因子の実測値を記録し共変量としてそれらを扱うことによって、ノイズ効果を合体させたモデル計画ならば (Freeny, Nair, 1992) を使うことができる。

2. 平均と分散によるモデリング

応答曲面法に刺激されて、Vining, Myers (1990) は、11.5.1 節で議論したロケーション-分散モデルと類似している組合せ (dual) モデリングを提案している。ロケーションモデルの回帰定数は、推定された分散効果の予測された重みつけされた最小 2 乗回帰によって効率的に推定できる。関係する拡張（進化）は、Engel, Huele (1996), Wolfinger, Tobias (1998) などに深い検討がある。

3. 分割法

層成長実験は、分割法の誤差構造のよい事例として提供される。個々に管理された実験は、別々(独立した)の工程条件に該当する。個々の工程条件に対し、ウエハの異なった面と位置がノイズ条件となっている。したがって、個々の工程条件(因子毎の実験)は、一括処理することができる。回転装置に取り付けられたウエハは一括処理の一部として処理される。パラメータ設計に関する分割実験の議論は、Box, Jones (1992)と 12.6 節に見出すことができる。分割法に対する最小値設計(minimum aberration criterion)の拡張と応用は、Bingham と Sitter (1999a, 1999b)により研究されている。

4. 一般的損失関数に対するパラメータ設計

(11.5)の望目特性に対する2段階設計は、二次損失関数に基づく。真の品質損失は非常に非対称(歪曲)していると仮定する。例えば、より大きいフロントガラスで述べるならば、より小さいフロントガラスは廃棄される。スクラップ費用は、修正作業の費用より高い。この状況で、(11.5)のステップ(2)のように出力を目標に合わせることに意味があるだろうか？直観的に、出力は、小さな損失にするために目標側に動かす。一般的な損失関数に対する2段階設計の構造的展開は、Moorhead, Wu (1998)にある。

5. パラメータ設計と許容差設計

制御因子とノイズ因子の交互作用を利用することによって、パラメータ設計は制御因子の組合せを変更することで応答(出力)ばらつきを削減できる。応答(出力)変化を更に減少させたいなら、更にコストが上昇する手段であるが直接ばらつき変化を削減できる。

このステップは、田口(1986)によりトレランス(許容差)設計と呼ばれて、11.2 節のポイント5で簡潔に述べられている。パラメータ設計に続くトレランス設計の手順は、2ステージデザイン(two stage design)と呼ばれる。経済的代案(Li, Wu1999)は、パラメータ設計とトレランス設計を実行することの一体(単体, シングル)ステップであって統合デザインとして参照される。Chan, Xiao(1995)を参照してください。

6. 機能窓法と故障率拡大法

Clausing (1994)によって提案された機能窓法は、欠陥(故障)モードに関する特殊(critical)因子を含む。実験に対して例えば給紙機設計のスタック(押し込み)力は、そのような因子の1つである。小さいスタック力は送り不良(ミスフィード)に大きい力は「重送不良(マルチフィード)」になる。機能窓法は、給紙機が安全に操作できるスタック力の範囲と定義される。したがって、故障(失敗)確率は、この特殊(critical)因子の機能窓を広くすることによって減少できる。機能窓の SN 比は、富士ゼロックス社により開発された。Joseph, Wu(2002)はこの方法(やり方)に厳格な根拠を与えた。とりわけ、かれらは、新規な評価特性を開発したし、機能窓の特殊な事例を公開した。次に、Joseph, Wu(2004)は、分類値の出力最適化への情報最大化アプローチとして故障率拡大法(Failure Amplification Methods)と呼ばれる一般的なモデルを提案した。その2つの主要なバージョンは、制御因子メソッドと複合(Complex)因子メソッドである。最初のバージョンは特殊なものとして機能窓法を含んでいる。

11.11 要約

1. パラメータ設計を使用する前に、変化を減少させるための方法(Stragitoes)は、(i)抜取検査、(ii)管理図とプロセス監視、(iii)ブロッキング、(iv)共変量調整、および(v)ノイズばらつき削減が実施される。

2. 2つのシステム(すなわち、製品かプロセス)の中に広いタイプの要素；制御因子とノイズ因子がある。制御因子はそれらがいったん選ばれると値が固定される変数である。ノ

イズ因子は、標準工程または使用条件で管理しにくい変数である。与えられた応用事例に対するノイズ因子の性質を理解することが大事である。9種のノイズ因子が、11.3で議論された。

3. パラメータ設計の方法(strategy)は、システムをノイズ変化により敏感(sensitive)でなくする制御因子設定を選ぶことである。ノイズ因子は、定常状態または使用条件で制御と管理しにくい。パラメータ設計実験では、それらは、典型的なノイズ状態を表すために系統的に変えられるべきである。

4. パラメータ設計実験のための2つの実験形式：直積と単体がある。11.8節でこれらの2つの形式の比較について議論している。(11.18)–(11.20)で管理された繰り返しとノイズの繰り返しの議論がある。

5. 直積実験では、2方法の解析がある。

(i):11.5.1節の平均-分散モデルと(11.5)または(11.6)の2段階手順

(ii):制御因子とノイズ因子の交互作用を図解する11.5.2節の応答解析、応答モデル、数値変換モデル

6. 3番目のオプションは、(11.22)のSN比と(11.23)の2段階手順を用いることである。妥当性は(11.24)か(11.25)でモデルに基づく。限定された検証のためであっても、SN比の使用は推薦されない。使用するなら、平均-分散モデルと応答モデルと補足的に比較するべきである。それらの解析結果の中に重大な不一致があれば、SN比解析の妥当性は疑わしい。

7. 単体直交表形式(内側ノイズ割り付け)実験は、直積実験で表現できない。平均-分散モデル解析を適用できない。そのかわりに、応答モデル化法は使用できる。

8. 2水準因子に対して、公理11.1(i)は制御割り付けとノイズ割り付けを推定できる直積(制御因子の直交表とノイズ因子の直交表)結果を与える。定理11.1(ii)は、直積の制御因子とノイズ因子の全交互作用を示す。この定理によれば、最小数設計(minimumagerration design)などの最適化設計は、制御因子の直交表から選択される。ノイズを最小化する選択は安定性があり11.8節の末近傍で議論したような他の考慮すべき多の考察から影響を受けるかもしれない。

9. 2水準因子に対し、最適化に単体(内側ノイズ割り付け)直交表の選択は、予防設計(異常最小化回避)と(11.17)にあるような次元有効(低次ほど重要であるとする)に基づく。

10. 調合ノイズ因子は、全ての制御因子のセット全てに対して極値の2水準が代表するとしている。この前提は証明されていないが、単体(内側ノイズ)直交表を適用すれば実験数とコストを削減できると考えられる。

演習問題

1. 応答(出力) y が(11.2)で線形モデルに従うと仮定する。 y のばらつき測定値は(11.2)のノイズばらつきによる y の分散に基づくものとする。ここで、この測定値が制御因子の二次関数であることを示してください。オリジナルの出力 y とそのばらつき測定値の間で、どれが統計的によりモデル化しやすいだろうか？他の例(モデル)を見つけて、応答モデルは分散モデルより簡単(easier)という理由(主張)を議論してください。

2. 図 11.2 の 2 つのグラフで効果の有意性を第 4 章で学んだ形式テスト(formal testing)を使用して評価してください. 目視により(11.7)における分析で重要であるとして特定された効果の p 値を計算してください. 調査結果を批評(コメント)してください.

3. 図 11.3 の 2 つのグラフに対し前の問題と同じことをしてください.

4. 図 11.5 で D,L,および HL を取り外した後に,大きな 4 効果がある.モデル(11.11)で選ばれた p 値をレンス(Lenth)法で求めなさい.これらの効果に p 値を適用することによってモデルに 4 つの効果を含むことを証明しなさい

5. 板ばね実験で制御とノイズ因子の組み合わせで 3 回の繰り返しとし, y と $\ln s^2$ を計算してください. 16 の組み合わせに対して個々の応答モデルの B,C,D,および E と Q の効果を求めなさい.BCDE 最適結果を決定するために応答モデルを作成し,11.5.1 節の結果と比較してください.(ヒント: 平均 2 乗誤差(MSE)は X_c の 2 次関数である.MSE の差を作っている制御因子 X_c が結論を誘導します.)

6. 層成長実験の(11.7)の対数モデルに無いが, (11.11) の応答モデルで有意な因子として C がある理由を説明しなさい.(ヒント: CM_I 項は,11.4 図の半正規プロットの組み合わせ(Cluster)効果を含む.仮に CM が落ち,更に他の 3 項目が落とされたら,何がおこるだろうか?)

7. 図 11.7 のグラフに基づいて,交互作用グラフ $A \times M$ がなぜ有意にならないか説明しなさい. 層成長実験で 3 因子交互作用が全くない応答モデルとするならば,ばらつき削減に因子 A は重要であるだろうか?? どのようなタイプの 3 因子交互作用がパラメータ設計で意味があるかを統計的なモデルで考えなさい.

*8. ルータビット実験の目的の 1 つは,4 個のスピンデルの上のルータビット寿命を均等に改善することである.この考えのもとで,第 7 章 のスピンデルをノイズ因子として扱うとしデータを再分析しなさい. $Var(y)$ の分散の数値変換モデルで計算し,その意味を理解してください.その中でなにか新しい異なった事実を見いだしたか議論しなさい.

9.(a):オリジナルの層成長実験は直積実験である.公理 11.1 を使って eligible,clear, strongly clear と分類して推定能力を分析してください.

(b) 単体直交表を実験に適用できるとしたら,ウエハ数(表 11.2 参照)を 128 から 64 に削減できる.主効果の全因子と制御因子とノイズ因子の交互作用,制御因子の 2 因子交互作用を推定可能とする単体直交表を作りなさい.その割り付けの直交表は,最小値設計(minimum aberration design) 2_v^{11-5} でしょうか?

(c) (a)と(b)でそれらの総合的な推定能力(estimation capacities)を比較しなさい.

(d) 11.8 節で述べるように,層成長実験の実施費用(コスト)は制御因子の異なった組み合わせ数で決まる.それぞれの 2 つの実験形式(直積,単体)による実験数を推定しなさい. c_1 に制御因子設定を変える費用, c_2 はノイズ因子を変更(ウエハの費用である)する費用とする.明らかに, c_1 は c_2 よりはるかに大きい. c_1 と c_2 項で 2 形式(直積,単体)の実験コストを議論しなさい.費用比率 c_1/c_2 がどの程度なら直積実験形式の方が少ないコストになるでしょうか?

10. 実験 11.2 の割り付けで,2 グループの残っている自由度に対し,交絡する 3 因子間の交互作用を特定しなさい.これらの 2 つのグループの情報は何れくらい役に立ちますか?

11. A,B,C,D の 4 つの制御因子とし,2 水準の 2 個のノイズ因子 r と s とする.

(a) 他の交互作用を無視できるとし,交互作用 AB,AC,および AD を推定したい.これらを満足する 8 個の実験計画を作りなさい.

(b) (a)の制御因子と 2^2 のノイズ因子に相当する直積を示し,公理 11.1 に基づいて推定能力を議論しなさい.6 因子の主効果と 12 個の 2 因子間交互作用となる直積割り付けを示しなさい.12 個の 2 因子間交互作用を書き出しなさい.この直積直交表は,経済性から見て適切な選択でしょうか?

* (C) : 6 個の主効果と (B) の 12 個の交互作用だけに関心があると仮定する. 20, 22, 24 個の d 計画を d 判定基準に従って効果を推定しなさい. (B) の直積実験で推定能力, 効率, 経済的実験数を比較しなさい.

* 12. 10 個の 1 次と 1 次の交互作用効果を含む実験 11. 4. の 5 個の主効果 a, b, c と A, B, を 22 または 23 の実験数とする d 最適化を探索しなさい. 11. 4 で議論された 22 と 23 個の実験数となる中心複合計画で実験数増加と効率について述べてください.

13. 直積の 32 個の実験例となる $K=7, C=4, N=3$ の制御因子を 2_{IV}^{4-1} に割りつけ, ノイズ因子を 2_{III}^{3-1} に割りつけてください. ただし, 4 個の CLEAR の主効果, 12 個の CLEAR の制御因子とノイズ因子との交互作用を持つこととする.

14. $K=8, C=6, N=2$ で 32 個の実験数になる制御因子を 2_{III}^{6-3} , ノイズ因子を 2^2 とし割り付けをしなさい. ただし 12 個の制御因子と交互作用と 12 個のノイズ主効果と交互作用を持つこととします.

15. ロバストパラメータ設計実験は, 1 つだけでも制御因子とノイズの交互作用が有意になれば, 実施できる. 図 11. 10 にこれに該当する交互作用グラフを示す.

(a) グラフの値から, 交互作用効果を計算しなさい.

(b) c が制御因子(たとえば, 標準または角度のある管)であり, n はノイズ因子 (例えば部品の管サイズばらつき), y は引張力とします. 引張力を最大化することが目的であるとし c の水準選択をしなさい.

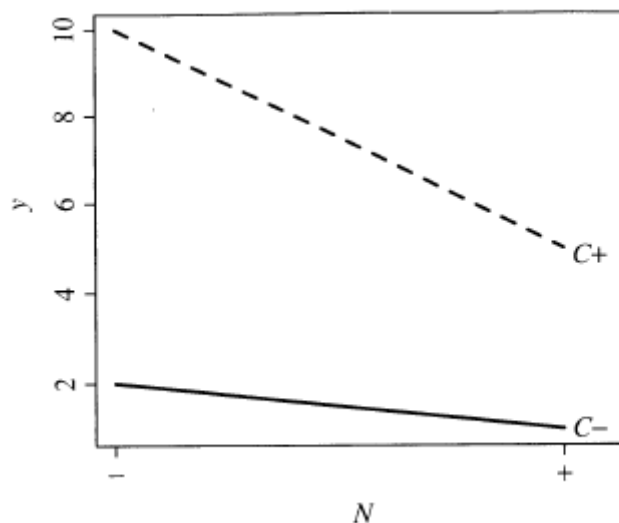


図 11.10 制御因子とノイズとの交互作用

16. ロバストパラメータ設計実験は、制御因子とノイズの交互作用が有意であるとし実施される。これに該当する交互作用グラフを図 11.11 に示す。

(a) グラフの値から、交互作用効果を計算しなさい。

(b) 品質特性 y があり 3 を理想とする規格値(理想的な目標)で、その規格限界は 3 ± 1 とする。分散に影響せずに y の平均を微調整ができる別な制御因子があると仮定する。図 11.11 における因子 C の水準選択に対しコメントしなさい。

(c) 図 11.12 の交互作用のグラフで、交互作用効果が(a)の計算と同じ値とする。(b)を前提するとし図 11.12 でロバスト設計が可能かどうかを判断しなさい。異なったグラフにコメントしてください。

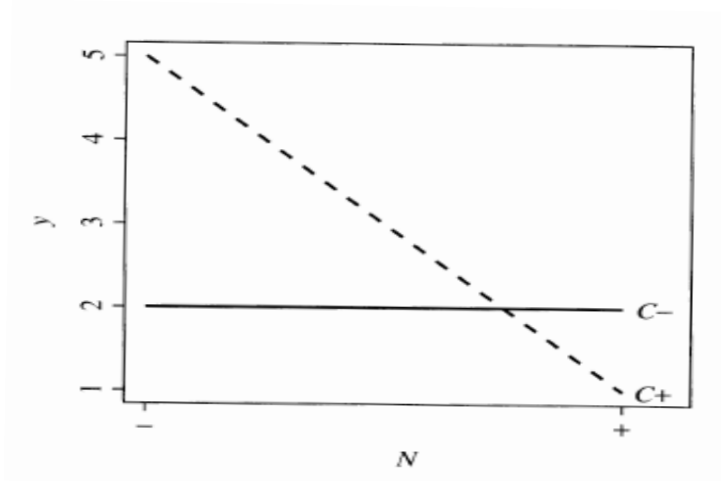


図 11.1,制御因子とのノイズ因子と交互作用。

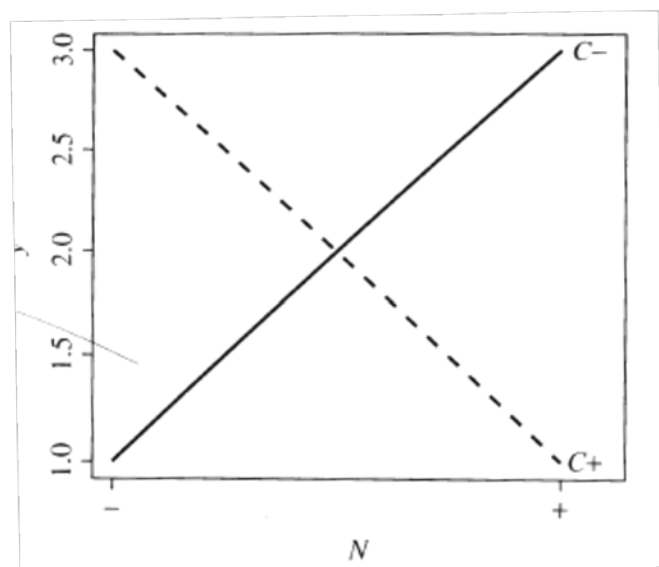


図 11.12 制御因子とのノイズ因子と交互作用。

17. 応答モデルの交互作用が制御因子とノイズ因子からなるとし、ノイズ C の主効果はないとする。また、おのおの因子は 2 水準と仮定する。その関係を次のようにする。

$$[y(N + |C+) \cdot y(N - |C +) = -[y(N + |C -) \cdot y(N - |C -)]$$

N の(C-)と(C+)の傾きの絶対値は同じとする. ロバスト設計の機会(C-)と(C+)で差がないとする. 理解のために図 11.12 のグラフを示す.

(11.13)の因子 A に見られた説明に矛盾がある. 因子 A は数値変換された(transmitted)分散モデルにはないが, 応答モデル(11.11)の交互作用 A × H × Mq では有意である. この矛盾を説明する解説をしなさい.

18. 下記の図 11.13 は平均値 μ の等高線図(実線のカーブ)と標準偏差 σ の等高線図(点線図)を示す. 2 因子は X_d と X_a とする. X_d は試料平均として X_a は標本分散とし σ^2 とする.

(a) (11.5)で2段階設計を実施するとし, X_d を $\sigma=1.0$ から $\sigma=0.6$ に変更, 次に X_a を 20μ から 10μ に変更する. (2 つの矢印で示されている). ここで目標を 10 とする. 望目特性とし (X_d, X_a) の設定値を決めてください. もし不可能なら理由を説明してください.

(b) 図 11.13 の大きな箱の設計範囲で, X_a が調整因子とならないときはどうなるか議論しなさい.

(c) 図 11.13 の小さな箱の小領域内で, X_a が調整因子として見なせる理由はなにかを説明してください.

(d) (b)と(c)のコメントから見て, 望目特性の目標が 12 でなく 18 ならどうするが議論せよ.

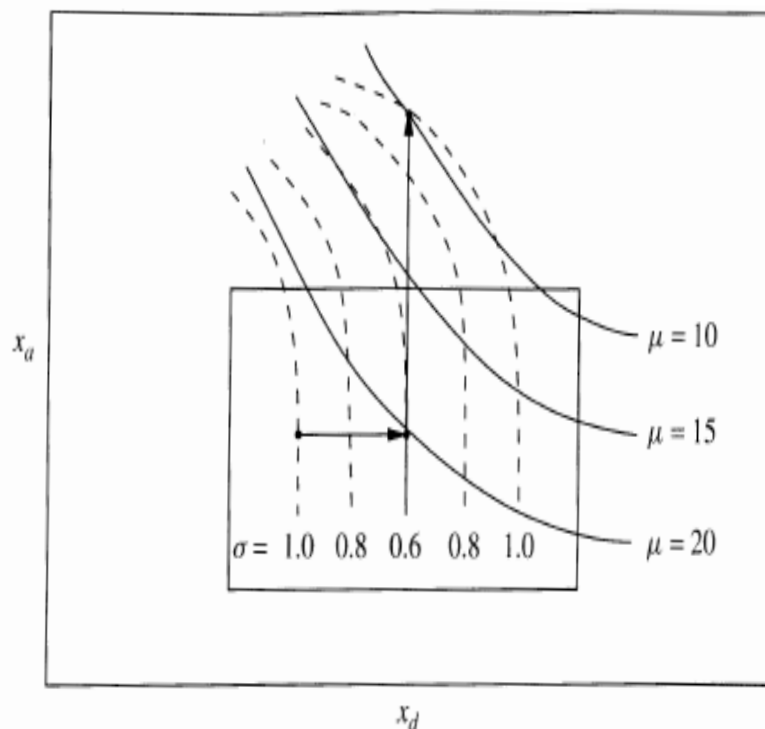


図 11.13. ミクロと σ の等高線図

19. 熱処理工程におけるドライブギアの歪を研究する実験で考えてみよう. 割りつけと出力データを表 11.11 に示す. データは, ギアのデシェイニング(deshing)である. 5 個の制御因子(A)カーボンポテンシャル, (B)操作方法, (C)最終温度, (D)急冷温度, (E)急冷オイル攪拌, がある. ノイズ因子は, (F)溶鋳炉走路, (G)歯車サイズ, (H)測定位置とする.

表 11.11 直積： ギア実験のディシユイングデータ

Run						F							
	A	B	C	D	E	+	+	+	+	-	-	-	-
1	+	+	+	+	+	7.0	12.0	6.5	14.0	3.0	14.0	4.0	16.5
2	+	+	+	-	-	13.5	14.5	5.5	17.0	-7.5	15.0	-4.5	12.0
3	+	+	-	+	-	3.0	11.0	5.5	18.0	3.0	19.0	1.0	21.0
4	+	+	-	-	+	10.5	14.5	6.5	17.5	3.0	14.5	9.0	24.0
5	+	-	+	+	-	10.0	23.0	3.5	23.0	4.5	25.5	10.0	21.0
6	+	-	+	-	+	6.5	22.0	14.5	23.0	5.5	18.5	8.0	21.5
7	+	-	-	+	+	5.5	28.0	7.5	28.0	4.0	27.5	10.5	30.0
8	+	-	-	-	-	4.0	14.0	6.5	23.0	9.0	25.5	9.0	24.5
9	-	+	+	+	-	-4.0	18.5	11.5	26.0	-0.5	13.0	0.0	16.5
10	-	+	+	-	+	9.0	19.0	17.5	21.0	0.5	20.0	6.5	18.0
11	-	+	-	+	+	17.5	20.0	10.0	23.0	6.5	21.5	0.0	26.0
12	-	+	-	-	-	7.0	23.5	1.0	20.0	7.0	22.5	4.0	22.5
13	-	-	+	+	+	2.5	22.0	12.0	19.5	7.0	27.5	8.5	23.5
14	-	-	+	-	-	24.0	26.0	14.5	27.5	7.0	22.5	13.0	22.0
15	-	-	-	+	-	5.5	27.0	2.5	31.0	12.5	27.0	11.5	32.5
16	-	-	-	-	+	11.0	21.5	12.0	27.0	16.5	29.5	16.0	28.5

(a)表 11.11 の制御因子にどんな一部実施の実験計画を適用できますか？この制御因子とノイズを 2^3 割りつけとし,表 11.11 の直積直交表を示しなさい.公理 11.11 を使い推定能力を議論しなさい.

(b) 3 個のノイズ因子の直積に割りつけた自由度を特定しなさい.制御因子とノイズ因子の繰り返し構造と直積の実験経済性を議論しなさい.

(c) 応答モデリングで表 11.11 のデータ解析し重要な因子を特定してください.制御因子とノイズ因子の交互作用のグラフと数値変換モデルに基づき,ばらつきを削減する制御因子の組合せを決定してください.

(d) (b)で,推定容量を犠牲にすることなく全実験数を小さくする割り付けを議論してください.直積実験の半分となる実験数 64 の単体直交表の割り付けを考えてください.また直積実験で 1/4 になる単体直交表の割り付けを考えてください.この 2 個の割り付けを比較し推定能力を議論してください.

*(e) (d)の 2 つの単体直交表に基づき(c)の分析を繰り返してください. 3 個の解析の組合せ解析結果と推薦された条件設定を比較してください.オリジナルの実験から重要な推薦条件があるとし元々の実験数の 1/2,1/4 にする条件を議論しなさい.

[注：実際の実験は,単体直交表から誘導される.他の品質特性を含む実験研究は,Milleret (1993)の論文中にあり,単体直交表実験で研究されている.]

20.Eagle(1992)は,交互作用のある射出成型を改善する実験を報告している.目標は,収縮が安定して 1.5%の目標値近くの工程条件を決定することであった. 制御因子はサイクルタイム(A),型の温度(B),キャビ厚さ(C),交互速度(E),保持時間(D), 交互速度(E),保持時間(F),ゲートサイズ(G) である.ノイズ因子は,再練磨割合(a),含水量(b),および周囲温度(c)とする. 実験は制御因子に 2_{III}^{7-4} とノイズ因子 2_{III}^{3-1} とする.割り付けと,収縮データ (%)を表 11.12 に示す.

表 11.12 直積：収縮%データ：モールド実験

Runs								<i>a</i>	-	-	+	+
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>b</i>	-	+	-	+
1-4	-	-	-	-	-	-	-	-	2.2	2.1	2.3	2.3
5-8	-	-	-	+	+	+	+	+	0.3	2.5	2.7	0.3
9-12	-	+	+	-	-	+	+	+	0.5	3.1	0.4	2.8
13-16	-	+	+	+	+	-	-	-	2.0	1.9	1.8	2.0
17-20	+	-	+	-	+	-	+	+	3.0	3.1	3.0	3.0
21-24	+	-	+	+	-	+	-	-	2.1	4.2	1.0	3.1
25-28	+	+	-	-	+	+	-	-	4.0	1.9	4.6	2.2
29-32	+	+	-	+	-	-	+	+	2.0	1.9	1.9	1.8

(a)効果推定のために配置された直積自由度がなぜ 31 かを公理 11.1 を使って説明してください。

(b)平均一分散モデルと応答モデルでデータ y を解析してください。2つの解析結果に矛盾がありますか？

(c)調整因子を特定してください。

(d)ばらつきを削減する制御因子の組合せを決定してください。

*21. (Lawson,1990)の実験では,2 個の試薬からなり欲しい製品と副産物のタールを含む化学工程がある。目標の一つにタールを減らすことがある。

制御因子は,反応温度(A)と,触媒濃度(B)と,試薬 2 の過剰分(C)である。ノイズ因子は, 試薬 1(a)の純度,溶媒の純度とする。実験は,直積で Box-Behnken の割り付けで制御因子とノイズ因子 2^2 の直積とする。割り付けとタール値は表 11.13 に示す。

表 11.13 直積：タール値：化学工程実験

Runs				<i>a</i>	+	-	+	-
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>b</i>	-	-	+	+
1-4	-	-	0	57.81	37.29	47.07	42.87	
5-8	+	-	0	24.89	4.35	14.69	8.23	
9-12	-	+	0	13.21	9.51	11.19	10.10	
13-16	+	+	0	13.39	9.15	11.23	10.30	
17-20	-	0	-	27.71	20.24	24.32	22.28	
21-24	+	0	-	11.40	4.48	8.23	5.44	
25-28	-	0	+	30.65	18.40	24.45	20.24	
29-32	+	0	+	14.94	2.29	8.49	4.30	
33-36	0	-	-	42.68	22.42	30.30	21.64	
37-40	0	+	-	13.56	10.08	11.38	9.85	
41-44	0	-	+	50.60	13.19	30.97	18.84	
45-48	0	+	+	15.21	7.44	11.82	9.78	
49-52	0	0	0	19.62	12.29	14.54	13.14	
53-56	0	0	0	20.60	11.49	13.49	12.06	
57-60	0	0	0	20.15	12.20	13.38	14.06	

- (a) Box-Behnken の割り付けと公理 11.1 とで,実験に使われた直積の推定能力を示してください.
- (b) (a)と Theorem 11.1 に基づいて,実験に使用される直積表の推定能力を説明してください.
- (c)実験には,制御因子に三つの中心実験がある.それぞれは,ノイズの繰り返しである.解析で最後の 12 実験(49-60)をどのように使うか説明しなさい.制御因子の中心に配置されたこの 12 個は必要ですか?実験実施の方法としては経済的でしょうか?
- (d)平均-分散モデルと応答モデルを使ってデータ y を解析してください.
- (e)タール値を減少させる最適条件とノイズ因子に不感(insensitive:変動がないという意味)となる制御因子の組合せを決定してください.

22. 射出成形実験(モンゴメリ,1990)では,4つの制御因子と3つノイズ因子が,平均された収縮効果とばらつき研究のために選ばれた.4つの制御因子は,温度(A),ねじ速度(B),保持時間(C),およびゲートサイズ(D)で,3つのノイズ因子は,サイクルタイム(a)と,含水量(b)と,保持圧力(c)である.

表 11.14 単体直交表：出力データ

Experiment									Percent Shrinkage
Standard Order	Actual Run Order	A	B	C	D	a	b	c	
1	8	-	-	-	-	-	-	-	0.6
2	16	+	-	-	-	+	-	+	1.0
3	18	-	+	-	-	+	+	-	3.2
4	17	+	+	-	-	-	+	+	6.0
5	3	-	-	+	-	+	+	+	4.0
6	5	+	-	+	-	-	+	-	1.5
7	10	-	+	+	-	-	-	+	2.6
8	2	+	+	+	-	+	-	-	6.0
9	9	-	-	-	+	-	+	+	8.0
10	15	+	-	-	+	+	+	-	1.2
11	12	-	+	-	+	+	-	+	3.4
12	6	+	+	-	+	-	-	-	6.0
13	13	-	-	+	+	+	-	-	1.6
14	19	+	-	+	+	-	-	+	5.0
15	11	-	+	+	+	-	+	-	3.7
16	1	+	+	+	+	+	+	+	5.2
17	20	0	0	0	0	0	0	0	2.5
18	4	0	0	0	0	0	0	0	2.9
19	14	0	0	0	0	0	0	0	2.4
20	7	0	0	0	0	0	0	0	2.7

- $a=ABC, b=BCD, c=ACD$ の 2_{IV}^{7-3} 形式の割り付けがある.4個の C 実験(17-20)がなされているとする.実験順はランダムとする.実験計画,実際の実験順,収縮率(%)は表 11.14 とする.
- (a)実験に使用される単体直交表が採用されていると 2 因子間交互作用が"clear"であることを示しなさい.
- (b)制御因子とノイズ因子の交互作用と変換された分散を含むデータを応答解析(Response modeling)で解析しなさい.制御因子とノイズの交互作用効果は,他の 2 因子間交互作用と交絡している.制御因子とノイズの交互作用の信頼性についてコメントしなさい.
- (c)センター4点(表 11.14最後の4列)はどんな情報を提供できますか?それは,制御因子とノ

イズの交互作用効果の推定に有効ですか？ 因子の中心領域の4実験の有効性をコメントしてください。

(d) (a) と (b) の観点から単体直交表に代わる方法を考えて提案してください。提案した直交表とこの直交表の推定能力と妥当性をパラメータ設計の観点で比較しなさい。

*23. (11.27)での2段階手順の変更： 期待された二次損失関数 $R = E(y - t)^2$ は目標値 t で最小化すると仮定します。

(a) (11.25)のもとで $R = (\mu(X_1, X_2))^2 p(X_1) + (\mu(X_1, X_2) - t)^2$ を誘導しなさい。

(b) x_1^* が $P(x_1)$ を最小にするために選ばれている状態で、 R を満足させるために X_2^* を選択することによって最小化されることを示してください。

$$\mu(x_1^*, x_2^*) = t / \{1 + P(x_1^*)\} \quad (11.30)$$

予想された二次損失を最小にするつもりであるなら(11.30)を(11.27)のステップ(ii)で置き換えるべきであると主張してみてください。

(c) (11.30) の $(1 + P(x_1^*))^{-1}$ は収縮係数と呼ばれている。直観的でよいから目標値に合わせ込むため替わりに収縮係数を適用できることを説明しなさい。

(d) (11.30)の R の代用に、下記を示します。

$$R(x_1^*, X_2^*) = t^2 p(x_1^*) / (1 + P(x_1^*)) \quad (11.31)$$

X_2 を独立した調整因子とする。なぜ(11.27)のステップ(i)を正当化できるか説明してください。(更なる議論が León, Shoemaker, と Kacker(1987)にある。)

REFERENCES

- Bergman, B., and Hynén, A. (1997), Testing for dispersion effects from unreplicated designs, *Technometrics* **39**, 191–198.
- Bérubé, J., and Nair, V. N. (1998), Exploiting the inherent structure in robust parameter design experiments, *Statistica Sinica* **8**, 43–66.
- Bérubé, J., and Wu, C. F. J. (2000), Signal-to-noise ratio and related measures in parameter design optimization: An overview, *Sankhya*, Series B **62**, 417–432.
- Bingham, D., and Sitter, R. (1999a), Minimum-aberration two-level fractional factorial split-plot designs, *Technometrics* **41**, 62–70.
- Bingham, D., and Sitter, R. (1999b), Some theoretical results for fractional factorial split-plot designs, *Annals of Statistics* **27**, 1240–1255.
- Box, G. E. P. (1988), Signal-to-noise ratios, performance criteria, and transformations, *Technometrics* **30**, 1–17.
- Box, G., and Jones, S. (1992), Split-plot designs for robust product experimentation, *Journal of Applied Statistics* **19**, 3–26.
- Box, G., and Meyer, R. D. (1986), Dispersion effects from fractional designs, *Technometrics* **28**, 19–27.
- Chan, L. K., and Xiao, P. H. (1995), Combined robust design, *Quality Engineering* **8**, 47–56.
- Clausing, D. (1994), *Total Quality Development: A Step-by-Step Guide to World Class Concurrent Engineering*, New York: ASME Press.
- Engel, J. (1992), Modeling variation in industrial experiments, *Applied Statistics* **41**, 579–593.
- Engel, J., and Huele, A. F. (1996), A Generalized linear modeling approach to robust design, *Technometrics* **38**, 365–373.
- Fang, K. T., and Wang, Y. (1994), *Number-Theoretic Methods in Statistics*, London: Chapman and Hall.
- Freeny, A. E., and Nair, V. N. (1992), Robust parameter design with uncontrolled noise variables, *Statistica Sinica* **2**, 313–334.
- Hou, X. S. (2002), On the use of compound noise factor in parameter design experiments, *Applied Stochastic Models in Business and Industry* **18**, 225–243.
- Hou, X., and Wu, C. F. J. (2001), On the determination of robust settings in parameter design experiments, *Statistics and Probability Letters* **54**, 137–145.
- Joseph, V. R., and Wu, C. F. J. (2002), Operating window experiments: A novel approach to quality improvement, *Journal of Quality Technology*, **34**, 345–354.
- Joseph, V. R., and Wu, C. F. J. (2004), Failure amplification method: An information maximization approach to categorical response optimization [with discussion], *Technometrics* **46**, 1–31.
- Kacker, R. N., and Shoemaker, A. C. (1986), Robust design: A cost-effective method for improving manufacturing processes, *AT&T Technical Journal* **65**, 39–50.
- Koehler, J., and Owen, A. (1996), Computer experiments, in *Handbook of Statistics: Design and Analysis of Experiments*, C. R. Rao, ed., Amsterdam: Elsevier Science B.V., pp. 261–308.
- Lawson, J. S. (1990), Improve a chemical process through use of a designed experiment, *Quality Engineering* **3**, 215–235.
- León, R. V., and Wu, C. F. J. (1992), A theory of performance measures in parameter design, *Statistica Sinica* **2**, 335–358.
- León, R. V., Shoemaker, A. C., and Kacker, R. N. (1987), Performance measures independent of adjustment, *Technometrics* **29**, 253–285.
- Li, W., and Wu, C. F. J. (1999), An integrated method of parameter design and tolerance design, *Quality Engineering* **11**, 417–425.
- MacKay, R. J., and Steiner, S. (1997), Strategies for variability reduction, *Quality Engineering* **10**, 125–136.
- Miller, A., Sitter, R., Wu, C. F. J., and Long, D. (1993), Are large Taguchi-style experiments necessary? A reanalysis of gear and pinion data, *Quality Engineering* **6**, 21–37.
- Montgomery, D. C. (1990), Using fractional factorial designs for robust process development, *Quality Engineering* **3**, 193–205.
- Montgomery, D. C. (2008), *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th ed., New York: John Wiley & Sons.

- Moorhead, P. R., and Wu, C. F. J. (1998), Cost-driven parameter design, *Technometrics* **40**, 111–119.
- Nair, V. N., ed. (1992), Taguchi's parameter design: A panel discussion, *Technometrics* **34**, 127–161.
- Nair, V. N., and Pregibon, D. (1986), A data analysis strategy for quality engineering experiments, *AT&T Technical Journal* **65**, 73–84.
- Nair, V. N., and Pregibon, D. (1988), Analyzing dispersion effects from replicated factorial experiments, *Technometrics* **30**, 247–257.
- Rosenbaum, P. R. (1994), Dispersion effects from fractional factorials in Taguchi's method of quality design, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* **56**, 641–652.
- Shoemaker, A. C., Tsui, K. L., and Wu, C. F. J. (1991), Economical experimentation methods for robust design, *Technometrics* **33**, 415–427.
- Steinberg, D. M., and Bursztyn, D. (1998), Noise factors, dispersion effects and robust design, *Statistica Sinica* **8**, 67–85.
- Taguchi, G. (1986), *Introduction to Quality Engineering*, Tokyo, Japan: Asian Productivity Organization.
- Taguchi, G. (1987), *System of Experimental Design*, White Plains, NY: Unipub/Kraus International Publications.
- Vining, G. G., and Myers, R. H. (1990), Combining Taguchi and response surface philosophies: A dual response approach, *Journal of Quality Technology* **22**, 38–45.
- Welch, W. J., Yu, T. K., Kang, S. M., and Sacks, J. (1990), Computer experiments for quality control by parameter design, *Journal of Quality Technology* **22**, 15–22.
- Wolfinger, R. D., and Tobias, R. D. (1998), Joint estimation of location, dispersion, and random effects in robust design, *Technometrics* **40**, 62–71.
- Wu, C. F. J., and Hamada, M. (2000), *Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization*, New York: John Wiley & Sons.
- Wu, C. F. J., and Zhu, Y. (2003), Optimal selection of single arrays in parameter design experiments, *Statistica Sinica* **13**, 1179–1199.

「翻訳作業が終わって」

田口の提案する方法で最適解を与えた時に、「最適解の 62%は実験した結果より悪い結果になり,ばらつき改善はできなかった」という調査結果¹⁾²⁾がある.日本国内では,設計現場で参照する事例収集を優先したために田口の提案する混合系直交表 L_{18} と SN 比に対する妥当性の数理解証は実践されていない.このため静岡品質工学研究会は,62%問題の原因解析のため海外資料にその解析情報を求めることになった.

米国の統計学者は,ATT(1986)から田口の提案による半導体収率改善事例が公開されると,その最適化工程の数学的解析を直ちに実施し 1980 年代後半に主要な数理解析研究は終わった.これらの数理解析の最大成果は,解析指標 SN 比の設計概念「2 段階設計:削減したばらつきを大きくしないで目標に調整」が PerMIA(1987.1992:Wu)として米国の統計学者が証明したことであった.また田口の提案でうまくいかない範囲(2000:Wu)があることも証明され広い範囲の数理解析が実施されている.

日本国内の設計現場で田口に対する多くの問題点が指摘されていたが,第 11 章の 42 件の参照文献に日本の学術研究文献はない.この 42 件中に Taguchi が 2 件あるが図書紹介であり,いわゆる数理の学術論文ではない.日本の技術者としては真に残念な思いがある.

語訳,意味合いの違いなど不適切な翻訳にお気づきの読者からの連絡をお待ちしたい.ご指摘を改訂版に反映させていただきます.

参照資料

- 1:森輝雄：トヨタ紡織技報 2014Vol-08p6-19
- 2:森輝雄：「近直交表 L_{12} の数理と応用」（2015）森技術士事務所
- 3:貞松伊鶴：<http://www02.jet.ne.jp/~i-sada/> 「この翻訳文 pdf をダウンロードできる」
- 4:足羽晋也：「半正規プロット計算手順解説」（エクセルファイル）：上記サイト中にある.

「静岡品質工学研究会・会員」：

田口玄一,上杉伸二*,富島明*,田中誠*,奈須田敏弘,鶴飼義之*,足羽晋也*,田辺総一郎*,貞松伊鶴*,林秀行*,宋相載,山口信次,伊藤義郎,杉山圭,野田宗利,久保田利宏,豊田潤,上野玲子,園田泰子,松岡裕司,木村亮,山本武和,細田大輔,高松寛史,小杉敏己,木下康次,菅原紀輝,森輝雄* 瀬戸口俊一,熊坂治. (*:翻訳担当)

翻訳責任

森技術士事務所：森輝雄
426-0044
静岡県藤枝市大東町 871-3
TEL/FAX:054-635-6378
Mail:tm551017@ybb.ne.jp

改訂版：ダウンロード用アドレス：貞松伊鶴：<http://www02.jet.ne.jp/~i-sada/>