

# カンファレンス行列と2水準ノイズを用いた直交計画によるパラメータ設計<sup>†</sup>

森 輝雄<sup>\*</sup>/貞松伊鶴<sup>\*\*</sup>/松浦 峻<sup>\*\*\*</sup>/田中研太郎<sup>\*\*\*\*</sup>

Parameter design using Conference matrix and two-level noise factor under orthogonal design

<sup>\*</sup> Teruo MORI/<sup>\*\*</sup> Izuru SADAMATSU/<sup>\*\*\*</sup> Shun MATSUURA/  
<sup>\*\*\*\*</sup> Kentaro TANAKA

Let  $C_m$  be a Conference matrix with  $m$  rows. Then, a matrix  $D_m$  with  $2m+1$  rows by combining  $C_m$ ,  $-C_m$  and the center point  $C_0$  can be constructed. In this paper, we propose a parameter design method using  $D_m^{(±)}$  that is the product array of  $D_m$  and a two-level noise factor  $N(N_1, N_2)$ , which may reduce the variance of a response and the number of experimental runs compared to the conventional method using  $L_{18}$  and SN ratio. The proposed parameter design has the following properties. 1) In  $D_m^{(±)}$ , the best linear unbiased estimators of the linear effects of control factors, the linear effect of the noise factor, and the effects of the products of control and noise factors can be obtained by the regression analysis using a pseudo-inverse matrix without confounding by the effects of the products and the quadratic effects of control factors. 2) The graph of the responses for  $N_1$  and  $N_2$  is drawn using the estimated regression coefficients, and the levels of control factors are selected so that the responses for  $N_1$  and  $N_2$  are close to reduce the variance of the response. 3) Although the number of experimental runs of three-level orthogonal arrays increases by every 9, that of  $C_m$  increases to 50 by every 2 except for 22, 34, which may enable the construction of the experimental design with smaller experimental runs in the proposed method compared to conventional methods.

*Key words* : Best linear unbiased estimator, Compound noise, Experimental design, Regression analysis, Robust parameter design, SN ratio, Pseudo-inverse matrix

## 1. 序論

製品・品質の設計分野において、取り上げた制御因

子の水準組み合わせを変更し、応答特性を目標値に接近、あるいは一致させようとする試みが実施されることがあり、その際、実験計画法を用いたパラメータ設計は非常に有効な方法として知られている。

パラメータ設計で取り上げられる制御因子は、多くの場合、2水準あるいは3水準とする。制御因子を全て2水準にして、2水準系直交表に割り付けて実験を行うことを繰り返して逐次的に最適化を行うこともあれば、1回の実験計画でより多くの情報を得るために3水準系直交表にすることもある。本論文では、各因子の2次主効果および2因子交互作用の一つである2因子間積項の効果が存在する応答曲面モデルを考えるため、制御因子が3水準である場合を議論する。

<sup>†</sup>平成29年11月22日 受付

平成31年1月7日 改訂

令和元年5月23日 採択(論文誌編集委員会)

<sup>\*</sup>森技術士事務所

連絡先: 〒426-0044 静岡県藤枝市大東町871-3(自宅)

<sup>\*\*</sup>アルプスアルパイン(株)

<sup>\*\*\*</sup>慶應義塾大学理工学部

<sup>\*\*\*\*</sup>成蹊大学経済学部

3水準因子が割り付けられる実験計画として、 $L_{18}(2^13^7)$ 、 $L_{36}(2^{11}3^{12})$ 、 $L_{36}(2^33^{13})$ などの混合系直交表がよく用いられている。これらは、2因子交互作用そのものを推定することはできないが、その効果が特定の列の因子の主効果ではなく全体にばらついて交絡するという性質がある（一部例外もある。具体的には宮川・吉田<sup>[1]</sup>、宮川<sup>[2]</sup>を参照）。そのため、制御因子間に2因子交互作用が存在しないか、あるいは存在したとしてもその程度は小さいと想定されるときに有効な実験計画となっている。

近年、Xiao, Lin, and Bai<sup>[3]</sup>、鈴木・田中・宮川<sup>[4]</sup>、田中<sup>[5]</sup>などにおいて、カンファレンス行列（Belevitch<sup>[6]</sup>）を用いた3水準実験計画が議論されている。具体的には、実験回数  $m$  のカンファレンス行列を  $C_m$  と表記したとき、 $C_m$  と  $-C_m$  ( $C_m$  の各要素を  $-1$  倍した実験計画) および中心点での実験1回を並べた実験計画を考える。これは実験回数が  $2m+1$  回で、 $m$  個の3水準因子を割り付けることができ、2因子間積項の効果や各因子の2次主効果が存在しても、それらが各因子の1次主効果の推定に全く交絡せず、さらに定数項も不偏推定が可能であることが示されている。以降、このカンファレンス行列を基にした実験回数  $2m+1$  回、割り付けられる3水準因子数  $m$  の実験計画を略記して「3水準カンファレンスベース計画」と呼ぶことにする。

3水準カンファレンスベース計画のもう一つの利点として、カンファレンス行列  $C_m$  は  $m=22, 34$  を除いて  $m \leq 50$  の全ての偶数に対して存在する（例えば、Goethals and Seidel<sup>[7]</sup>）ことが示されているため、3水準カンファレンスベース計画は、実験回数が  $2m+1=5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, \dots$  と数多くの選択肢が存在する。従って、因子の数によって実験回数が増加することを避けることができる。例えば、7, 8個の因子であれば実験回数17、また9個の因子であれば実験回数21の3水準カンファレンスベース計画を用いることができる。これに対し、3水準直交表の場合、7個の因子であれば実験回数18の  $L_{18}(2^13^7)$  直交表を用いることができるが、8, 9個の因子では少なくとも実験回数27の  $L_{27}(3^{13})$  直交表（あるいは混合系であれば実験回数36の  $L_{36}(2^{11}3^{12})$  または  $L_{36}(2^33^{13})$  直交表）を用いることになり、大幅に実験回数が増えてしまう。

一つの注意として、3水準カンファレンスベース計画は各因子の2次主効果および2因子間積項の効果そのものの不偏推定を行うことはできない。なお、鈴

木・田中・宮川<sup>[4]</sup>において、実験回数の追加によって2次主効果の不偏推定量を構成する方法が議論されている。

本論文では、この3水準カンファレンスベース計画をパラメータ設計に適用することを考える。ノイズ因子の水準（調合などをしてあると考えて、2水準のノイズ因子が一つあるとする）を直積で割り付けることで、ロバスト化を行うことを試みる。ただし、3水準カンファレンスベース計画では、3つの水準の実験回数が等分にはなっていないことから、SN比を用いた要因効果図による解析は適切ではないと考え、重回帰分析を用いたロバスト化を考える。なお、3水準カンファレンスベース計画は、3水準を  $-1, 0, 1$  と量的因子としておけば列間の直交性は成り立つが、3水準因子の水準が名義尺度であるときには直交性は成り立たない。

まず、第2節において、3水準カンファレンスベース計画と2水準ノイズ因子の直積の実験計画を用いることによって、定数項、制御因子の1次主効果、ノイズ因子の1次主効果、制御因子とノイズ因子の2因子間積項の効果の不偏推定を、他の効果（制御因子の2因子間積項の効果と2次主効果）との交絡なしに行うことができ、特に一般化逆行列を用いた回帰分析によって最良線形不偏推定量が得られることを示す。

第3節では、3水準カンファレンスベース計画によるパラメータ設計への適用の手順を解説する。第4節では具体的な解析例を紹介し、3水準カンファレンスベース計画によるパラメータ設計と従来の  $L_{18}$  直交表によるパラメータ設計を比較する。後者においては、SN比を用いた要因効果図による解析と回帰分析による解析の比較も行う。

第5節では、主にばらつきを低減と実験数の削減の観点で、第4節で得られた結果を簡潔にまとめる。第6節に考察、第7節で結論および今後の課題と活動計画を述べる。

## 2. 最良線形不偏推定量の構成

以下の条件1, 2, 3を全て満たすものをカンファレンス行列という。

- 1: 対角成分は0である。
- 2: 非対角要素は  $-1$  か  $+1$  のどちらかである。
- 3: 各行各列が直交する。

今回の数値実験で主に使用する6次のカンファレンス行列  $C_6$  を表・1に示す。

表・1 6次のカンファレンス行列

$$C_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

表・2 Xiao, Lin, and Bai<sup>[3]</sup>の計画行列  $D_6$

C	No	x1	x2	x3	x4	x5	x6
$C_6$	1	0	1	1	1	1	1
	2	1	0	1	1	-1	-1
	3	1	1	0	-1	-1	1
	4	1	1	-1	0	1	-1
	5	1	-1	-1	1	0	1
	6	1	-1	1	-1	1	0
$-C_6$	7	0	-1	-1	-1	-1	-1
	8	-1	0	-1	-1	1	1
	9	-1	-1	0	1	1	-1
	10	-1	-1	1	0	-1	1
	11	-1	1	1	-1	0	-1
	12	-1	1	-1	1	-1	0
C0	13	0	0	0	0	0	0

$m$  次のカンファレンス行列  $C_m$  と、その符号を反転させた  $-C_m$  と、そして、全ての要素が0の行ベクトル C0 を合体させた3水準カンファレンスベース計画行列  $D_m$  を考える。例えば、6次のカンファレンス行列  $C_6$  から作られる行列で表される計画行列  $D_6$  は、表・2のようになる。

この行列  $D_m$  は、 $m$  個の制御因子  $x_1, \dots, x_m$  が2因子間積項の効果と2次主効果を持つ場合の以下の応答曲面モデル

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m \beta_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^m \beta_{jj} x_j^2 \quad (\text{式} \cdot 1)$$

に対して、 $D_m$  で表される計画行列を用いることで、定数項  $\beta_0$  や、制御因子の1次主効果  $\beta_j$  を不偏推定できることが知られている (Xiao, Lin, and Bai<sup>[3]</sup>)。上のモデルの式において、 $\beta_{jk}$  は制御因子  $x_j$  と制御因子  $x_k$  の2因子間積項の効果、 $\beta_{jj}$  は制御因子  $x_j$  の2次主効果を表している。

ところで、本論文では、ノイズの効果による応答ばらつきを低減するパラメータ設計について考えることが目的である。まず、ノイズ因子を  $N$  で表すことにする。そして、これ以降は、ノイズ因子の1次主効果  $\beta_N$  と、ノイズ因子と制御因子との2因子間積項の効果  $\beta_{Nj}$  を含むような以下の応答曲面モデルを扱っていく。

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m \beta_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^m \beta_{jj} x_j^2 + \beta_N N + \sum_{j=1}^m \beta_{Nj} x_j N \quad (\text{式} \cdot 2)$$

パラメータ設計においては、定数項  $\beta_0$  や制御因子の1次主効果  $\beta_j$  だけではなく、ノイズ因子に関する  $\beta_N$  や  $\beta_{Nj}$  の不偏推定もできるほうが良い。そこで、 $N$  が+1と-1の2水準をとるとして、 $D_m$  に全ての要素が+1の列を加えたもの  $D_m^{(+)}$  と、 $D_m$  に全ての要素が-1の列を加えたもの  $D_m^{(-)}$  とを合体させた実験計画  $D_m^{(\pm)}$  を考える。例えば、6次のカンファレンス行列  $C_6$  から作られる行列で表される計画行列  $D_6^{(\pm)}$  は、表・3のようになる。

$D_m^{(\pm)}$  は、3水準カンファレンスベース計画と2水準ノイズ因子の直積からなる実験計画であることから、以下の性質が成り立つ。

1. 定数項  $\beta_0$  の列 (全ての要素が1の列)、 $x_1, \dots, x_m, N$  の列 (制御因子とノイズ因子の1次主効果の列)、および  $x_j N (j=1, \dots, m)$  の列 (制御因子とノイズ因子の2因子間積項の列) は、全て互いに直

表・3 計画行列  $D_6^{(\pm)}$

D	C	No	x1	x2	x3	x4	x5	x6	N
$D_6^{(+)}$	$C_6$	1	0	1	1	1	1	1	1
		2	1	0	1	1	-1	-1	1
		3	1	1	0	-1	-1	1	1
		4	1	1	-1	0	1	-1	1
		5	1	-1	-1	1	0	1	1
		6	1	-1	1	-1	1	0	1
	$-C_6$	7	0	-1	-1	-1	-1	-1	1
		8	-1	0	-1	-1	1	1	1
		9	-1	-1	0	1	1	-1	1
		10	-1	-1	1	0	-1	1	1
		11	-1	1	1	-1	0	-1	1
		12	-1	1	-1	1	-1	0	1
		C0	13	0	0	0	0	0	0
$D_6^{(-)}$	$C_6$	14	0	1	1	1	1	1	-1
		15	1	0	1	1	-1	-1	-1
		16	1	1	0	-1	-1	1	-1
		17	1	1	-1	0	1	-1	-1
		18	1	-1	-1	1	0	1	-1
		19	1	-1	1	-1	1	0	-1
	$-C_6$	20	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1
		21	-1	0	-1	-1	1	1	-1
		22	-1	-1	0	1	1	-1	-1
		23	-1	-1	1	0	-1	1	-1
		24	-1	1	1	-1	0	-1	-1
		25	-1	1	-1	1	-1	0	-1
		C0	26	0	0	0	0	0	0

交する。

- $x_j x_k$  ( $j \neq k$ ) の列 (制御因子の2因子間積項の列) は、定数項  $\beta_0$  の列,  $x_1, \dots, x_m, N$  の列,  $x_j N$  ( $j=1, \dots, m$ ) の列と全て直交する。
- $x_j^2$  ( $j=1, \dots, m$ ) の列 (制御因子の2次主効果の列) は,  $x_1, \dots, x_m, N$  の列,  $x_j N$  ( $j=1, \dots, m$ ) の列と全て直交する。ただし、定数項  $\beta_0$  の列とは直交しない。

このような計画行列の実験を考えると、定数項  $\beta_0$  と制御因子の1次主効果  $\beta_j$ 、およびノイズ因子に関する  $\beta_N$  や  $\beta_{Nj}$  が不偏推定できることが以下のように示される。

まず、(式・1) のモデルにおいては、 $D_m$  を用いて  $\beta_0, \beta_j$  ( $j=1, \dots, m$ ) を不偏推定できる (Xiao, Lin, and Bai<sup>[3]</sup>, 鈴木・田中・宮川<sup>[4]</sup>, 田中<sup>[5]</sup>) ので、その線形不偏推定量を  $D_m^{(+1)}$  の場合にそのまま適用したものを  $\hat{\beta}_0^{(+1)}, \hat{\beta}_j^{(+1)}$  で表すことにする。具体的には、 $D_m^{(+1)}$  の  $x_1, \dots, x_m$  の  $m$  列に、定数項の推定のために全ての要素が1の列を最初の列に加え、さらに  $m+2$  列目以降に制御因子の2因子間積項の列 ( $m(m-1)/2$  列)、および2次主効果の列 ( $m$  列) を加えた行列  $X$  を (表・3 のように  $m=6$  の場合、 $13 \times 28$  行列になる) とおき、 $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$  とおく。ただし、 $( )^{-1}$  は一般化逆行列を表し、 $y$  は  $D_m^{(+1)}$  の実験結果を並べた  $(2m+1) \times 1$  ベクトルを表す。このとき、 $\hat{\beta}$  の1つ目の要素が  $\hat{\beta}_0^{(+1)}$ 、 $2 \sim m+1$  番目の要素が  $\hat{\beta}_j^{(+1)}$  ( $j=1, \dots, m$ ) となる。 $D_m^{(+1)}$  においては、 $N=1$  であるから、(式・2) は

$$y = \beta_0 + \beta_N + \sum_{j=1}^m (\beta_j + \beta_{Nj}) x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m \beta_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^m \beta_{jj} x_j^2$$

と表されることに注意して、(式・1) と見比べると、 $\hat{\beta}_0^{(+1)}, \hat{\beta}_j^{(+1)}$  の期待値について、以下の等式が成立する。

$$\begin{cases} E[\hat{\beta}_0^{(+1)}] = \beta_0 + \beta_N \\ E[\hat{\beta}_j^{(+1)}] = \beta_j + \beta_{Nj} \end{cases} \quad (\text{式} \cdot 3)$$

同様に、 $D_m^{(-1)}$  から得られる線形不偏推定量を  $\hat{\beta}_0^{(-1)}, \hat{\beta}_j^{(-1)}$  で表すと、 $N=-1$  であることから、

$$\begin{cases} E[\hat{\beta}_0^{(-1)}] = \beta_0 - \beta_N \\ E[\hat{\beta}_j^{(-1)}] = \beta_j - \beta_{Nj} \end{cases} \quad (\text{式} \cdot 4)$$

が成立する。

以上の(式・3)と(式・4)から、以下の命題が成

立することがわかる。

### 命題・1.

(式・2) のモデルにおける  $\beta_0, \beta_j, \beta_N, \beta_{Nj}$  について、それぞれ以下の  $\hat{\beta}_0^{(\pm 1)}, \hat{\beta}_j^{(\pm 1)}, \hat{\beta}_N^{(\pm 1)}, \hat{\beta}_{Nj}^{(\pm 1)}$  は不偏推定量である。

$$\begin{cases} \hat{\beta}_0^{(\pm 1)} = \frac{1}{2} (\hat{\beta}_0^{(+1)} + \hat{\beta}_0^{(-1)}) \\ \hat{\beta}_j^{(\pm 1)} = \frac{1}{2} (\hat{\beta}_j^{(+1)} + \hat{\beta}_j^{(-1)}) \\ \hat{\beta}_N^{(\pm 1)} = \frac{1}{2} (\hat{\beta}_0^{(+1)} - \hat{\beta}_0^{(-1)}) \\ \hat{\beta}_{Nj}^{(\pm 1)} = \frac{1}{2} (\hat{\beta}_j^{(+1)} - \hat{\beta}_j^{(-1)}) \end{cases} \quad (\text{式} \cdot 5)$$

従って、 $D_m^{(\pm 1)}$  を用いたときの(式・2)のモデルのパラメータについて、以下のように要約することができる。

- 定数項  $\beta_0$ 、制御因子の1次主効果  $\beta_j$  ( $j=1, \dots, m$ )、ノイズ因子の1次主効果  $\beta_N$ 、および制御因子とノイズ因子の2因子間積項の効果  $\beta_{Nj}$  ( $j=1, \dots, m$ ) を不偏推定することができる。
- 制御因子の2因子間積項の効果  $\beta_{jk}$  ( $j \neq k$ ) および制御因子の2次主効果  $\beta_{jj}$  ( $j=1, \dots, m$ ) は不偏推定することはできない。

さらに、このように不偏推定量が構成できることが示されると、(式・2)における  $\beta_0, \beta_j, \beta_N, \beta_{Nj}$  の最小2乗推定量 (一般化逆行列をつかった最小2乗推定量) が構成でき、それらが、分散を最小にする最良線形不偏推定量となることもわかる (田中<sup>[5]</sup>)。

なお、今回は、カンファレンス行列  $C_m$  から構成される  $D_m$  を2つ並べて  $D_m^{(\pm 1)}$  を構成し、命題・1の結果を得ているが、命題・1では、実は  $D_m$  における不偏性の性質しか使っていない。つまり、 $D_m$  が(式・1)のモデルにおいて  $\beta_0$  と  $\beta_j$  の不偏推定が可能であるような行列でありさえすれば、命題・1の結果は成立する。

更に、モデルは(式・1)に限る必要はないがこれ以上の一般化は、今回は行わないことにする。

### 3. パラメータ設計への適用

ノイズ効果による応答ばらつきを低減させるパラメータ設計に、3水準カンファレンス—ベース計画  $D_m^{(\pm 1)}$  を適用する。

パラメータ設計は、制御因子を内側に、ノイズ因子<sup>[8]</sup>を外側に割り付ける。本論文では、制御因子を3水準カンファレンス—ベース計画に割り付け、調合ノイズ<sup>[9]</sup>または、異なった2条件 ( $N_1, N_2$ ) のノイズ ( $N$ ) を外側に配置する直積形式とする。基準条件

( $N_0$ ) を構成する因子の水準を個別に上下させ、応答が低下する水準を調合し  $N_1$  とし、上昇する水準を調合し  $N_2$  とする。パラメータ設計の 75%<sup>[10]</sup> が 2 水準ノイズ ( $N_1$ ,  $N_2$ ) であり、本論文でも同様とする。

3 水準カンファレンスベース計画の列内の 3 水準の繰り返し数は異なっており、べき乗型・混合型直交表のようなやり方で主効果 (水準別平均) を求めることはできない。そこで、一般化逆行列を用いた回帰分析から、定数項  $\beta_0$ 、制御因子の 1 次主効果  $\beta_i$ 、ノイズ因子の 1 次主効果  $\beta_{N_i}$ 、ノイズ因子と制御因子の 2 因子間積項の効果  $\beta_{N_i}$  を推定し、推定された回帰係数を基に、各制御因子の水準ごとの応答を計算する。これによって作図された 3 水準のグラフを本研究では仮に「係数グラフ」と呼ぶ。

パラメータ設計の第 1 段階のばらつきを最小とする条件を、「係数グラフで  $N_1$ ,  $N_2$  が最も接近する因子の水準の組み合わせ」とする。第 2 段階は、ばらつきが大きくなるような因子を選択し目標に調整する。

以下、具体的な手順は 4 節の事例で説明する。

#### 4. 事例による 3 水準直交表 $L_{18}$ との比較

金属溶融成形機と半導体 BGA の 2 事例にパラメータ設計の 3 方法①②③を適用し、ばらつきと実験数を比較する。下記に①②③とその選択理由を示す。

- ①: [ $L_{18}$  と SN 比解析], 従来方法として選択する。
- ②: [ $L_{18}$  と回帰分析], ①と③の比較として選択する。
- ③: [ $D_m^{(+1)}$  と一般化逆行列の回帰分析], 本研究の方法として選択する。

本事例の割り付けから解析・調整までの設計名称を①②③と記す。

従来方法①と本研究の方法③では実験計画とデータ分析の方法の両方が異なっており、片方だけの違いも見られるため、②の方法も比較に加えている。①と②では、実験計画は変わらないが (従って実験回数も変わらない)、データ分析の方法が違っており、一方、②と③では、データ分析の方法はどちらも回帰分析であるが実験計画が異なっている (③のほうが実験回数は少ない)。2 事例に各手法①②③をそれぞれ適用し、得られる最適な制御因子の水準組合せの違い、およびノイズ因子によるばらつきがどの程度低減されるかを 4.1 節、4.2 節で比較する。

なお、①と②における  $L_{18}$  への割り付けに関して、2 列目 (3 水準列の中での一番最初の列) を避けて 3-8 列に割り付ければ、その 2 因子交互作用はある程

度均等に交絡するという割り付け指針<sup>[11]</sup>がある。本論文で取り上げる 2 事例でも、この割り付け指針に従い、3-8 列と 3-7 列に因子を割り付けている。

#### 4.1 金属溶融成形機のパラメータ設計

##### 4.1.1 事例概要

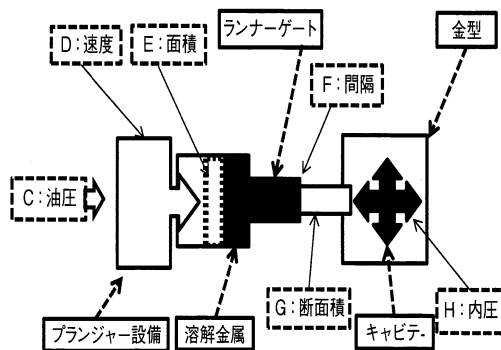
第 1 の事例では、金属溶融成形機<sup>[11]</sup>の成形工程にパラメータ設計を適用する。凝固を防止するために成形機内部の温度を金属熔点より 50 から 100 度高く設定する。プランジャー部から金型への輸送中に起こる金属の析出を避けたい。また同時に、高温による低粘度化に原因する金型からの漏れも抑制したい。

この相反する問題を解決するために溶融金属の充填指標 ( $y$ ) の中心を現行 343.03 と同じとし、パラメータ設計でばらつきを小さくする。ここで、金属溶融成形機の概要と制御因子を図・1<sup>[11]</sup>に示す。

##### 4.1.2 制御因子とノイズ因子の設定

成形工程から 3 水準 6 因子の制御因子 CDEFGH を選択し、その水準を表・4、詳細位置を図・1の中に示す。

また、現行条件の制御因子 CDEFGH の第 2 水準の  $\pm 5\%$  をノイズ幅とし、個別に上下させ、応答 ( $y$ ) が低下する水準を調合し  $N_1$ 、上昇する水準を調合し  $N_2$  とし、表・5 に示す。以下 ( $N_1$ ,  $N_0$ ,  $N_2$ ) の応答を ( $y_1$ ,  $y_0$ ,  $y_2$ ) とする。表・4 の制御因子と表・5



図・1 金属溶融成形機の概要と制御因子<sup>[11]</sup>

表・4 制御因子と水準

水準	計画	C 行列	-1	0	1
	行列	$L_{18}$	1	2	3
制御因子	油圧	C	5525	6500	7475
	速度	D	187	220	253
	面積	E	51	60	69
	間隔	F	0.34	0.40	0.46
	ゲート	G	0.1275	0.1500	0.1725
	内圧	H	59	60	61

のノイズ因子で①②③のパラメータ設計を行う。

#### 4.1.3 L<sub>18</sub>とSN比解析によるばらつき低減

従来の方法として①「L<sub>18</sub>とSN比解析」を選択する。表・4の水準をL<sub>18</sub>の3-8列に割り付けたものを表・6に示す。表・6下方のBMは基準条件を表している。表・6の結果からSN比と感度を求め、水準別平均から要因効果図(図・2)を作成する。

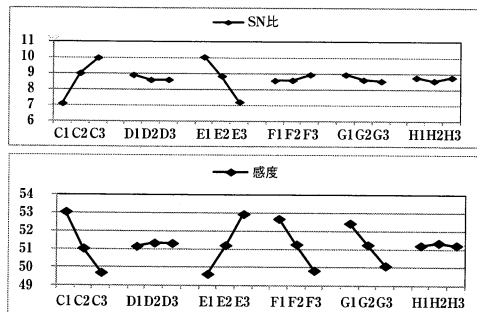
ばらつきを最小にする条件は、SN比の要因効果図(図・2)で最大値となる水準の[C<sub>3</sub>D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>F<sub>3</sub>G<sub>1</sub>H<sub>3</sub>]で、応答は264.08となり、目標値343.03より小さい。そこで、ばらつきを大きくせずに調整する因子としてFを選択する。F<sub>3</sub>(0.46)からF<sub>2</sub>(0.4)で303.53、F<sub>1</sub>

表・5 調べられたノイズ因子(N)

ノイズ	C	D	E	F	G	H
N <sub>1</sub>	1.05	0.95	0.95	1.05	1.05	0.95
N <sub>2</sub>	0.95	1.05	1.05	0.95	0.95	1.05

表・6 L<sub>18</sub>の実験結果とSN比と感度

L <sub>18</sub>	No							ノイズ		解析指標	
	3	4	5	6	7	8	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	SN比	感度	
1	1	1	1	1	1	1	375.37	608.81	9.24	53.59	
2	2	2	2	2	2	2	273.25	446.41	9.10	50.86	
3	3	3	3	3	3	3	208.20	342.73	8.97	48.53	
4	1	1	2	2	3	3	284.51	523.51	7.17	51.73	
5	2	2	3	3	1	1	319.19	559.97	7.90	52.52	
6	3	3	1	1	2	2	248.50	372.49	10.81	49.66	
7	1	2	1	3	2	3	239.71	394.31	8.98	49.76	
8	2	3	2	1	3	1	277.34	449.93	9.23	50.96	
9	3	1	3	2	1	2	321.36	525.12	9.10	52.27	
10	1	3	3	2	2	1	379.63	815.11	5.14	54.91	
11	2	1	1	3	3	2	179.44	276.59	10.22	46.96	
12	3	2	2	1	1	3	335.26	523.98	9.94	52.45	
13	1	2	3	1	3	2	394.24	879.04	4.70	55.40	
14	2	3	1	2	1	3	279.59	434.03	10.08	50.84	
15	3	1	2	3	2	1	208.61	322.57	10.15	48.28	
16	1	3	2	3	1	2	330.71	599.48	7.39	52.97	
17	2	1	3	1	2	3	374.56	675.14	7.48	54.03	
18	3	2	1	2	3	1	183.22	273.47	10.90	47.00	
BM	2	2	2	2	2	2	273.25	446.41	9.10	50.86	



図・2 要因効果図: SN比(上): 感度(下)

(0.34)で356.94と目標値よりわずかに大きい。次にF<sub>1</sub>(0.34)をF<sub>2</sub>側に寄せて0.35382(F<sub>1</sub>')とし目標値343.03に調整した。

#### 4.1.4 L<sub>18</sub>と回帰分析によるばらつき低減

①と③の比較として、②「L<sub>18</sub>と回帰分析」の解析を選択する。表・6の水準[1, 2, 3]を計画行列の係数[-1, 0, 1]と置き換えてN<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>ごとに最小2乗法の回帰分析をし、得られた回帰係数を表・7に示す。

表・7の回帰係数は、定数項を基準にし、係数の単位変化に対する応答の変化量を表している。そこで、定数項の値を第2水準の応答とし、制御因子の水準が-1(第1水準)のときは定数項から回帰係数を引いて第1水準の応答、制御因子の水準が1(第3水準)のときは定数項に回帰係数を加えて第3水準の応答とする。例えば、[N<sub>1</sub>]の[C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>]の推定値を、下記のように求めた。

$$C_1(N_1) = 289.593 - (-41.584) = 331.177$$

$$C_2(N_1) = 289.593$$

$$C_3(N_1) = 289.593 + (-41.584) = 248.009$$

他の因子も同様に求め、小数点以下1桁とし、結果を表・8に示す。また、図・3に表・8の係数グラフを示す。

ばらつきを最小にする条件は、図・3のN<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>が接近する水準の[C<sub>3</sub>D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>F<sub>3</sub>G<sub>1</sub>H<sub>3</sub>]で、応答は195.53となる。続いて、ばらつきを大きくせずに応答を調整できる因子としてGFを選択する。G<sub>3</sub>(0.1725)からG<sub>2</sub>(0.1500)で224.65、G<sub>1</sub>(0.1275)で264.08、さらに

表・7 N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>ごとの回帰係数

N	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
定数項	289.593	501.261
C	-41.584	-121.657
D	-1.657	6.835
E	40.945	119.784
F	-43.285	-84.480
G	-36.210	-42.177
H	-1.794	-11.346

表・8 L<sub>18</sub>: 係数に対する応答

因子	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	因子	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
C1	331.2	622.9	F1	332.9	585.7
C2	289.6	501.3	F2	289.6	501.3
C3	248.0	379.6	F3	246.3	416.8
D1	291.3	494.4	G1	325.8	543.4
D2	289.6	501.3	G2	289.6	501.3
D3	287.9	508.1	G3	253.4	459.1
E1	248.6	381.5	H1	291.4	512.6
E2	289.6	501.3	H2	289.6	501.3
E3	330.5	621.0	H3	287.8	489.9

$F_3(0.46)$  を  $F_1(0.34)$  側に寄せて  $0.35382(F_1')$  とし、目標値 343.03 に調整した。

#### 4.1.5 $D_m^{(\pm)}$ と一般化逆行列の回帰分析によるばらつき低減

本論文の提案手法である③「 $D_m^{(\pm)}$  と一般化逆行列の回帰分析」を用いる。

表・4 の水準をカンファレンス行列  $C_6$  の全列に割り付けたものを表・9 に示す。カンファレンス行列は、上段に  $C_6$  と下段に  $(-1)$  をかけた  $-C_6$ 、更に中心条件 (C0) を組み合わせ、 $N_1$  を  $D_6^{(+)}$ 、 $N_2$  を  $D_6^{(-)}$  とし、これらを合体させ  $D_6^{(\pm)}$  とする。

表・9 の応答と計画行列から一般化逆行列にて回帰分析をし、得られた回帰係数を表・10 に示す。

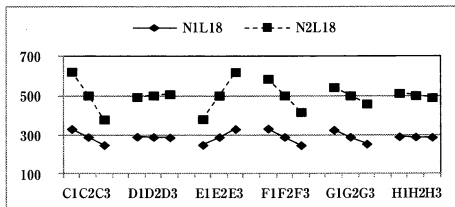
表・10 と (式・5) から  $N_1$ 、 $N_2$  毎の回帰係数を下記のように求める。

$$\begin{aligned}\beta_j^{(+1)} &= \beta_j^{(\pm 1)} + \beta_{N_j}^{(\pm 1)} \\ \beta_j^{(-1)} &= \beta_j^{(\pm 1)} - \beta_{N_j}^{(\pm 1)}\end{aligned}$$

制御因子 C の場合の計算例を以下に示す。

$$\begin{aligned}\beta_j^{(+1)} &= -92.6325 + 47.5955 = -45.037 \\ \beta_j^{(-1)} &= -92.6325 - 47.5955 = -140.228\end{aligned}$$

他の因子も同様に計算し、その結果を表・11 に示す。また、表・8 と同様に、表・11 から表・12 を求



図・3  $L_{18}$ : 係数グラフ

表・9  $D_6^{(\pm)}$  と実験結果

C	D6	1	2	3	4	5	6	ノイズ	
	No	C	D	E	F	G	H	$N_1$	$N_2$
C	1	0	1	1	1	1	1	240.81	433.98
	2	1	0	1	1	-1	-1	277.34	449.93
	3	1	1	0	-1	-1	1	335.19	523.94
	4	1	1	-1	0	1	-1	183.07	273.39
	5	1	-1	-1	1	0	1	185.14	277.77
	6	1	-1	1	-1	1	0	279.54	456.69
-C	7	0	-1	-1	-1	-1	-1	325.35	500.55
	8	-1	0	-1	-1	1	1	281.81	463.77
	9	-1	-1	0	1	1	-1	242.38	432.39
	10	-1	-1	1	0	-1	1	460.38	1072.26
	11	-1	1	1	-1	0	-1	446.54	958.89
	12	-1	1	-1	1	-1	0	279.54	456.69
C0	13	0	0	0	0	0	0	273.25	446.41

め、図・4 に係数グラフを示す。

ばらつきを最小にする条件は、図・4 の  $N_1$ 、 $N_2$  が接近する水準の  $[C_3D_3E_1F_3G_3H_1]$  で、応答は 192.95 となる。ばらつきを大きくせずに応答を調整する因子として GF を選択する。 $G_3(0.1725)$  から  $G_2(0.150)$  で

表・10  $D_6^{(\pm)}$  と一般化逆行列を用いた回帰分析の結果

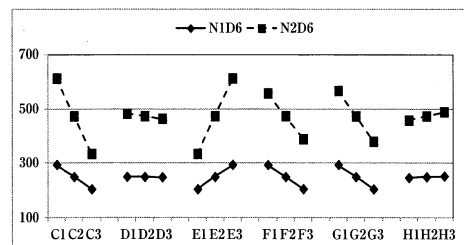
記号	項	回帰係数
定数項	$b_0$	359.830
C	$b_1$	-92.633
D	$b_2$	-5.021
E	$b_3$	92.464
F	$b_4$	-64.815
G	$b_5$	-69.667
H	$b_6$	9.261
N	N	-112.935
$C \times N$	$b_1 \times N$	47.596
$D \times N$	$b_2 \times N$	4.257
$E \times N$	$b_3 \times N$	-47.494
$F \times N$	$b_4 \times N$	20.493
$G \times N$	$b_5 \times N$	24.648
$H \times N$	$b_6 \times N$	-6.396

表・11  $D_6^{(\pm)}$ :  $N_1$ 、 $N_2$  ごとの回帰係数

項	N	$N_1$	$N_2$
定数項	$b_0$	246.8946	472.7654
C	$b_1$	-45.037	-140.228
D	$b_2$	-0.764	-9.277
E	$b_3$	44.97	139.958
F	$b_4$	-44.322	-85.308
G	$b_5$	-45.019	-94.315
H	$b_6$	2.865	15.657

表・12  $D_6^{(\pm)}$ : 係数に対する応答

因子	$N_1$	$N_2$	因子	$N_1$	$N_2$
C1	291.9	613.0	F1	291.2	558.1
C2	246.9	472.8	F2	246.9	472.8
C3	201.9	332.5	F3	201.9	378.5
D1	247.7	482.0	G1	291.9	567.1
D2	246.9	472.8	G2	246.9	472.8
D3	246.1	463.5	G3	201.9	378.5
E1	201.9	332.8	H1	244.0	457.1
E2	246.9	472.8	H2	246.9	472.8
E3	291.9	612.7	H3	249.8	488.4



図・4  $D_6^{(\pm)}$ : 係数グラフ

表・13 ばらつき低減と目標値への調整

パラメータ設計		C	D	E	F	G	H	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	差	比較	
現行		6500	200	60	0.400	0.1500	60	273.25	343.03	446.41	173.16	100.0	
①	L <sub>18</sub> SN比	最小	7475	187	51	0.46	0.1275	61	217.52	264.08	326.62	109.11	
		調整1	7475	187	51	0.40	0.1275	61	249.93	303.53	375.50	125.57	
		調整2	7475	187	51	0.34	0.1275	61	293.82	356.94	441.65	147.82	
		最適	7475	187	51	0.35382	0.1275	61	282.39	343.03	424.42	142.03	82.0
		最悪	7475	187	51	0.46	0.1725	61	161.24	195.53	241.67	80.44	
②	L <sub>18</sub> 回帰	最小	7475	187	51	0.46	0.1500	61	185.14	224.65	277.77	92.63	
		調整1	7475	187	51	0.46	0.1500	61	185.14	224.65	277.77	92.63	
		調整2	7475	187	51	0.46	0.1275	61	217.52	264.08	326.62	109.11	
		最適	7475	187	51	0.35382	0.1275	61	282.39	343.03	424.42	142.03	82.0
		最悪	7475	187	51	0.46	0.1725	59	159.32	192.95	237.80	78.48	
③	D <sub>6</sub> <sup>(±1)</sup> 回帰	最小	7475	253	51	0.46	0.1500	59	183.07	221.77	273.39	90.32	
		調整1	7475	253	51	0.46	0.1500	59	183.07	221.77	273.39	90.32	
		調整2	7475	253	51	0.46	0.1275	59	215.22	260.80	321.55	106.33	
		最適	7475	253	51	0.34955	0.1275	59	282.99	343.03	423.02	140.03	80.9
		最悪	7475	253	51	0.46	0.1725	59	159.32	192.95	237.80	78.48	

表・14 最適条件とばらつきと実験数

パラメータ設計		C	D	E	F	G	H	差 (N <sub>2</sub> -N <sub>1</sub> )	ばらつき	実験数
現行		2	2	2	2	2	2	173.16	100.00	—
①	L <sub>18</sub> SN比	3	1	1	3	1	3	142.03	82.00	36
		3	1	1	1	1	3			
②	L <sub>18</sub> 回帰	3	1	1	3	3	3	142.03	82.00	36
		3	1	1	1	1	3			
③	D <sub>6</sub> <sup>(±1)</sup> 回帰*	3	3	1	3	3	1	140.03	80.90	26
		3	3	1	1	1	1			

221.77, G<sub>1</sub>(0.1275) で 260.80, さらに F<sub>3</sub>(0.46) から 0.34955(F<sub>1</sub>') とし, 目標値 343.03 に調整した。

#### 4.1.6 各方法の結果と比較

各方法①②③で得られたばらつき最小条件と応答を目標値に調整した結果を表・13に示す。ばらつきを(N<sub>2</sub>-N<sub>1</sub>)から求め「差」とした。

各方法①②③による応答のばらつきと実験回数を表・14にまとめる。現行のばらつき(N<sub>2</sub>-N<sub>1</sub>)の差「173.16」を100とし, ①②③の応答ばらつきの割合を算出した。表・14中のCDEFGHの2枠の上段は, ばらつきの最小条件, 下段は調整後の最適条件である。

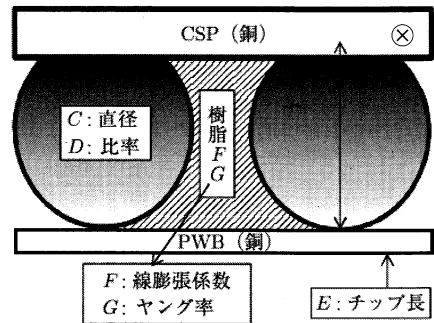
その結果, ①:「L<sub>18</sub>とSN比解析」, ②:「L<sub>18</sub>と回帰分析」でのばらつきは, 共に82.00であったのに対し, ③:「D<sub>6</sub><sup>(±1)</sup>と一般化逆行列の回帰分析」では, ばらつきは80.90となり, ①②より低減した。また③の実験回数は26個であり, ①②の36回よりも10回削減できている。

### 4.2 半導体BGAの信頼性改善パラメータ設計

#### 4.2.1 事例概要

第2の事例では, 半導体BGAの信頼性改善にパラメータ設計<sup>[12]</sup>を取り上げる。半導体の信頼性を低下させる原因<sup>[13]</sup>は, 通電時による内部回路の自己発熱と外部環境の高温化である。この内外温度差から半導体BGA(Ball Grid Array)に歪が発生し, 回路が破断する。信頼性を改善するためBGAのCAE数値解析法でパラメータ設計をする。目標は歪値で, 図・5

(杉山ら<sup>[12]</sup>から引用)のBGA構造<sup>[13]</sup>の×位置で11.0-11.5の範囲内とする。



図・5 半導体BGAバンプ構造<sup>[12]</sup>

表・15 制御因子と水準

C <sub>6</sub>	L <sub>18</sub>	C	D	E	F	G
制御因子		パッド系	H/d比	チップ長	膨張係数	ヤング率
-1	1	150	0.2	10	10	3
0	2	500	0.5	35	60	8
1	3	1000	1	50	100	12

表・16 調べられたノイズ因子

因子	C	D	E	F	G
調べたノイズ	パッド系	H/d比	チップ長	膨張係数	ヤング率
N <sub>1</sub>	1.1	0.9	0.9	0.9	0.9
N <sub>2</sub>	0.9	1.1	1.1	1.1	1.1

#### 4.2.2 制御因子とノイズ因子の設定

BGAの材料・構造から取り上げた3水準5因子の制御因子CDEFGの水準を表・15に示す。現行条件(C:300, D:0.7, E:20, F:45, G:8)の±10%をノイズ幅とし, 個別に上下させ, 応答(y)が低下する水準を調べしN<sub>1</sub>, 上昇する水準を調べしN<sub>2</sub>とし, 表・16に示す。

表・15の制御因子と表・16のノイズ因子で①②③のパラメータ設計を行う。

#### 4.2.3 L<sub>18</sub>とSN比解析によるばらつき低減

従来の方法として①「L<sub>18</sub>とSN比解析」を選択する。L<sub>18</sub>に割り付けたものを表・17に示す。

ノイズ(N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>)のNoごとの応答(y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>)を比較すると, 表・17のNo 6, 9, 12, 18の応答(y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>)の大小関係が入れ替わっている。ノイズを調べたときの応答順位は(y<sub>1</sub><y<sub>2</sub>)であったが, これらの実験Noでは(y<sub>1</sub>>y<sub>2</sub>)と反転している。これを反転応答(y<sub>1</sub>>y<sub>2</sub>)と呼ぶことにする。

表・17の結果からSN比と感度を求め, 水準別平均から要因効果図(図・6)を作成する。

ばらつきを最小にする条件は, 図・6のSN比が最



表・17  $L_{18}$  の実験結果と SN 比と感度

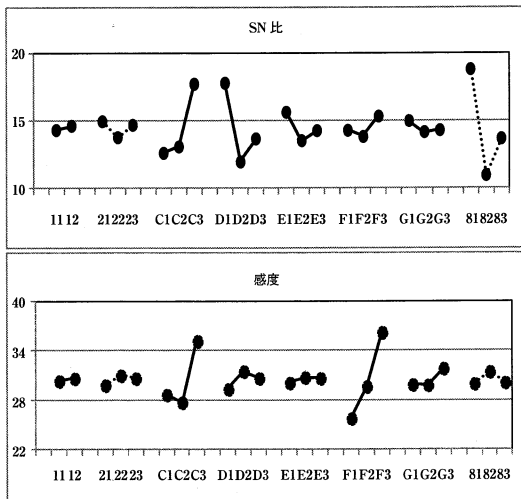
No	C	D	E	F	G	$N_1$	$N_2$	SN 比	感度
1	1	1	1	1	1	8.41	8.91	27.79	18.74
2	2	2	2	2	2	16.33	24.04	11.20	25.94
3	3	3	3	3	3	91.23	101.27	22.63	39.66
4	1	1	2	2	3	21.92	37.75	8.20	29.18
5	2	2	3	3	1	44.54	66.47	10.90	34.71
6	3	3	1	1	2	49.50	29.98	8.92	31.72
7	1	2	1	3	2	42.50	67.64	9.59	34.59
8	2	3	2	1	3	15.26	20.31	13.86	24.91
9	3	1	3	2	1	58.21	46.26	15.76	34.30
10	1	3	3	2	2	20.12	31.61	9.84	28.03
11	2	1	1	3	3	45.70	72.65	9.61	35.21
12	3	2	2	1	1	50.12	29.95	8.68	31.76
13	1	2	3	1	3	17.99	28.41	9.73	27.08
14	2	3	1	2	1	16.57	20.62	16.20	25.34
15	3	1	2	3	2	81.41	85.77	28.66	38.44
16	1	3	2	3	1	44.18	67.07	10.54	34.72
17	2	1	3	1	2	9.59	11.79	16.69	20.53
18	3	2	1	2	3	62.19	55.35	21.68	35.37
現行条件 (BM)						8.54	14.58	8.34	20.95

表・18  $L_{18}$  :  $N_1$ ,  $N_2$  ごとの回帰係数

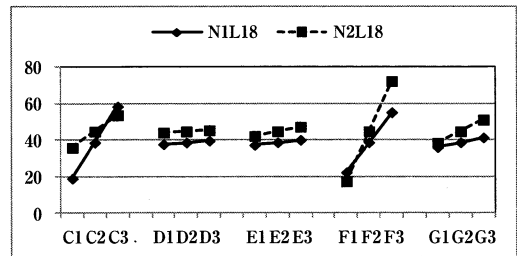
N	$N_1$	$N_2$
切片	38.653	44.769
C	19.795	8.932
D	0.970	0.645
E	1.400	2.554
F	16.558	27.627
G	2.687	6.373

表・19  $L_{18}$  : 係数に対する応答

N	$N_1$	$N_2$	N	$N_1$	$N_2$
C1	18.858	35.838	F1	22.095	17.142
C2	38.653	44.769	F2	38.653	44.769
C3	58.449	53.701	F3	55.212	72.397
D1	37.684	44.124	G1	35.966	38.396
D2	38.653	44.769	G2	38.653	44.769
D3	39.623	45.414	G3	41.341	51.142
E1	37.253	42.215			
E2	38.653	44.769			
E3	40.053	47.323			



図・6 要因効果図: SN 比 (上): 感度 (下)



図・7  $L_{18}$  : 係数グラフ

をし、得られた回帰係数を表・18、係数に対する応答を表・19に示す。

4.1.4 節と同様に回帰係数から係数に対する応答を求めて表・19に、また係数グラフを求め図・7に示す。

得られる最適条件は次節(③の解析)と同じになり、最適条件までの探索手順もほとんど同じになったため、説明は省略する。

#### 4.2.5 $D_m^{(\pm)}$ と一般化逆行列の回帰分析によるばらつき低減

最後に、③「と一般化逆行列の回帰分析」を用いる。 $D_6^{(\pm)}$ に割り付けたものを表・20に示す。ノイズ( $N_1$ ,  $N_2$ )のNo ごとに応答( $y_1$ ,  $y_2$ )を比較すると、No 2, 3, 11, 12の応答( $y_1$ ,  $y_2$ )の大小関係が入れ替わっている(反転応答)。

表・20の計画行列と応答で一般化逆行列の回帰分析(表・21)をし、係数(表・22)に対する応答(表・23)と、係数グラフ(図・8)を示す。

ばらつきが最小となる条件は、図・8の $N_1$ ,  $N_2$ が接近する $[D_3E_1G_1]$ である。交差しているCFの暫定

大値の $[C_3D_1E_1F_3G_1]$ でその応答は、80.05と目標値11.0-11.5より大きい。そこで、ばらつきを大きくせずに目標値に調整する因子とし、Fを選択する。F<sub>3</sub>(100)からF<sub>1</sub>(10)に、次にSN比の低下を許容しC<sub>3</sub>(1000)を660とし、目標値11.0-11.5内の11.04に調整した。この最適条件のノイズによる $N_1$ ,  $N_2$ の応答差は-7.07で現行条件の6.04より大きい。

#### 4.2.4 $L_{18}$ と回帰分析によるばらつき低減

続いて、②「 $L_{18}$ と回帰分析」の解析を選択する。表・17の水準[1, 2, 3]を計画行列の係数[-1, 0, 1]と置き換え $N_1$ ,  $N_2$ ごとに最小2乗法の回帰分析

表・20  $D_6^{(\pm)}$ の実験結果

C	$D_6$	2	3	4	5	6	ノイズ	
	No	C	D	E	F	G	$N_1$	$N_2$
C	1	1	1	1	1	1	91.230	101.261
	2	0	1	1	-1	-1	11.957	10.951
	3	1	0	-1	-1	1	54.780	41.071
	4	1	-1	0	1	-1	81.839	83.741
	5	-1	-1	1	0	1	23.994	41.237
	6	-1	1	-1	1	0	43.031	67.376
-C	7	-1	-1	-1	-1	-1	8.408	8.908
	8	0	-1	-1	1	1	45.721	72.654
	9	-1	0	1	1	-1	45.729	70.824
	10	-1	1	0	-1	1	16.443	24.659
	11	1	1	-1	0	-1	57.346	42.239
	12	1	-1	1	-1	0	50.363	34.000
C0	13	0	0	0	0	0	16.325	24.038

表・21  $D_6^{(\pm)}$ と一般化逆行列を用いた回帰分析の結果

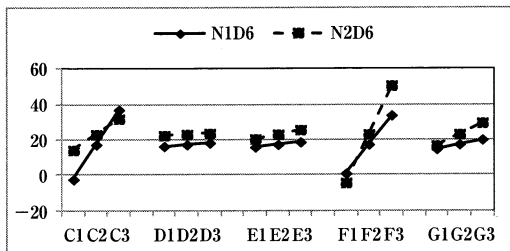
定数項	b0	20.182
C	b1	14.363
D	b2	0.781
E	b3	2.001
F	b4	22.093
G	b5	4.555
N	N	-2.915
C×N	b1×N	5.432
D×N	b2×N	0.187
E×N	b3×N	-0.602
F×N	b4×N	-5.533
G×N	b5×N	-1.867

表・22  $D_6^{(\pm)}$ と： $N_1$ 、 $N_2$ ごとの回帰係数

項	N	$N_1$	$N_2$
定数項	b0	17.266	23.097
C	b1	19.795	8.931
D	b2	0.968	0.595
E	b3	1.399	2.603
F	b4	16.560	27.627
G	b5	2.689	6.422

表・23  $D_6^{(\pm)}$ ：係数に対する応答

C1	-2.529	14.166	F1	0.706	-4.530
C2	17.266	23.097	F2	17.266	23.097
C3	37.062	32.027	F3	33.826	50.723
D1	16.298	22.502	G1	14.577	16.675
D2	17.266	23.097	G2	17.266	23.097
D3	18.235	23.691	G3	19.955	29.519
E1	15.868	20.494			
E2	17.266	23.097			
E3	18.665	25.699			



図・8  $D_6^{(\pm)}$ ：係数グラフ

設定を第2水準とすると、応答は17.88である。CFで $N_1$ 、 $N_2$ が反転していることから近傍の傾向を確認するため、まず、 $N_1$ 、 $N_2$ それぞれでの応答を調べると、25.28、13.05となる。ここで、C(500)から700、F(60)から50と単独に変更すると、C(500→700)変更で応答が、(20.03, 16.57)→(24.90, 26.89)となり、 $(y_1 > y_2) \rightarrow (y_1 < y_2)$ と反転していることに留意する。次にF(50)から45で、応答が11.14になり、目標11.0-11.5内となる。

しかし11.14は、目標内だが $N_1$ 、 $N_2$ は、(11.13, 11.46)と $(y_1 < y_2)$ である。そこでCの $(y_1 < y_2)$ から $(y_1 > y_2)$ への逆反転を利用し交差 $(y_1 = y_2)$ させる。C(500→700)の逆方向に、水準値(500)を徐々に小さくしていくと498.56で交差し、応答は(11.42, 11.42)となる。このとき、 $N_0$ においても、11.11であり、目標11.0-11.5内となる。

#### 4.2.6 各方法の結果と比較

各方法①②③で得られたばらつき最小条件と応答を目標値に調整した結果を表・24に示す。 $N_1$ 、 $N_2$ の差 $|y_1 - y_2|$ が一般的なばらつき評価だが、 $y_1$ 、 $y_2$ に $y_0$ を含めた3点の最大値差|最大値-最小値|も採用する。

各方法で得られた結果と実験回数を表・25にまとめる。現行の最大値「6.04」を100とし、ばらつきを比較する。

①「 $L_{18}$ とSN比解析」でのばらつきは、117.02と現行より大きくなった。②「 $L_{18}$ と回帰分析」と③「 $D_6^{(\pm)}$ と一般化逆行列の回帰分析」は、ノイズ( $N_1$ 、

表・24 ばらつき低減と目標への調整

パラメータ設計		C	D	E	F	G	$N_1$	$N_0$	$N_2$	差 $N_2 - N_1$	最大差	比較	
現行		300	0.7	20	45	8	8.54	11.22	14.58	6.04	6.04	100.0	
①	$L_{18}$ SN比	最小	1000	0.2	10	100	3	81.12	80.05	82.03	0.91	1.98	
		最適	660	0.2	10	10	3	14.84	11.04	7.77	-7.07	7.07	117.1
		調整1	700	1	10	60	3	20.03	17.88	16.57	-3.46	-3.46	
②	$L_{18}$ 回帰	調整2	500	1	10	60	3	24.90	25.28	26.89	1.99	1.99	
		調整3	500	1	10	50	3	13.89	13.05	12.89	-1.00	-1.00	
		最適	500	1	10	45	3	11.13	11.14	11.46	0.33	0.33	
		最適	498.559	1	10	45	3	11.42	11.11	11.42	0.00	0.31	5.1
③	$D_6^{(\pm)}$ 回帰	最小	500	1	10	60	3	20.03	17.88	16.57	-3.46	-3.46	
		調整1	700	1	10	60	3	24.90	25.28	26.89	1.99	1.99	
		調整2	500	1	10	50	3	13.89	13.05	12.89	-1.00	-1.00	
		調整3	500	1	10	45	3	11.13	11.14	11.46	0.33	0.33	
最適	498.559	1	10	45	3	11.42	11.11	11.42	0.00	0.31	5.1		

表・25 最適化条件とばらつきと実験数

パラメータ設計		C	D	E	F	G	最大差	ばらつき	実験数
現行		—					6.04	100.00	—
①	$L_{18}$ SN比	3	1	1	3	1	7.07	117.05	36
		2	1	1	1	1			
②	$L_{18}$ 回帰	2	3	1	2	1	0.31	5.12	36
		2	3	1	2	1			
③	$D_6^{(\pm)}$ 回帰	2	3	1	2	1	0.31	5.12	26
		2	3	1	2	1			

表・26 本報告のまとめ：ばらつきと実験回数

パラメータ設計		金属溶融事例		半導体 BGA 事例	
		ばらつき	実験数	ばらつき	実験数
現行		100.00	—	100.00	—
①	$L_{18}$ SN 比	82.00	36	117.05	36
②	$L_{18}$ 回帰	82.00	36	5.12	36
③	$D_6^{(21)}$ 回帰	80.90	26	5.12	26

$N_2$ ) の応答 ( $y_1, y_2$ ) が交差するように調整した結果、ばらつきは 5.12 に低減した。②と③では同じばらつきが得られたが、実験回数の観点で見ると、②の  $L_{18}$  は 36 個、③の  $D_6^{(21)}$  は 26 個で、10 個の削減となっている。

## 5. 結果とまとめ

金属溶融成形機と半導体 BGA の 2 事例に 3 つの方法① [  $L_{18}$  と SN 比解析 ], ② [  $L_{18}$  と回帰分析 ], ③ [  $D_m^{(21)}$  と一般化逆行列の回帰分析 ] のパラメータ設計を適用した。ばらつきと実験回数を表・26 にまとめる。

本論文での提案法である③ [  $D_m^{(21)}$  と一般化逆行列の回帰分析 ] をパラメータ設計に適用すると、①：従来の [  $L_{18}$  と SN 比解析 ] と、②：比較の [  $L_{18}$  の回帰分析 ] よりばらつきが低減し、実験数は、36 個から 26 個と 10 個の削減であった。

また、表・26 の①と②の比較から SN 比より、回帰分析のほうのばらつきが低減した。また①と③を比較すると、3 水準カンファレンスベース計画をノイズ因子と直積させた  $D_m^{(21)}$  と一般化逆行列の回帰分析を用いることで、ばらつきの低減と実験回数の削減を同時に達成できる結果となった。

## 6. 考察

紹介した 2 つの事例において、本論文で提案した③ [  $D_6^{(21)}$  と一般化逆行列の回帰分析 ] は、従来の① [  $L_{18}$  と SN 比解析 ] および② [  $L_{18}$  と回帰分析 ] と比較すると、いずれの場合も、ばらつきの低減と実験回数の削減の両者の点において、③の方法は①、②の方法より優れているかあるいは同等の結果となった。これは、提案した方法を用いることで、実験回数を少なく抑えながらも従来の方法と同等以上の精度で設計ができる可能性を示唆していると言える。以下で、提案法が好結果になったと考えられる 3 個の可能性を挙げる。ばらつき低減の観点から 6.1 節に 2 個の可能性、実験回数削減の観点から 6.2 節に 1 個の可能性を挙げる。

### 6.1 ばらつきの低減ができる可能性

1: 交絡のないカンファレンス行列の 1 次項

$L_{18}$  は、仮に 2 因子間に交互作用が存在したとすると、その効果が各列の主効果の推定にある程度、交絡することは避けられない。後者の半導体 BGA の SN 比の要因効果図 (図・6 (上)) で空き列の 8 列が最大効果となっている。これは、2 因子間交互作用の交絡が複雑に関係したためと考えられ、これが水準選択の誤りにつながる可能性がある。

また、 $L_{18}$  の主効果への交絡によって、最適条件の推定値と確認値が乖離する可能性があると考えられる。実際、 $L_{18}$  の最大 SN 比を  $b$ 、SN 比の最大水準を組み合わせた最適条件の SN 比を  $a$  としたとき、 $a > b$  が期待されるが、調査結果<sup>[15][16]</sup> では 62% の事例で  $a < b$  となっている。主効果に他因子間の 2 因子交互作用効果が交絡することにより本来の主効果を読み取れず、水準選択を誤ってしまうことに原因があると思われる。

一方、③の方法から求めた制御因子の 1 次主効果、ノイズ因子の 1 次主効果、制御因子とノイズ因子の 2 因子間積項の効果は、最良線形不偏推定量であり、制御因子の 2 因子間積項の効果と 2 次主効果が交絡しない。このため係数グラフによる 2 段階設計で、誤りの少ない水準選択ができると推定され、最適条件の再現性は高くなると期待される。

2: 反転応答があっても交差でばらつきの低減が可能

しばしば、実験結果にノイズ ( $N_1, N_2$ ) に対する反転応答がある。応答 ( $y_1, y_2$ ) が一致すると分散はゼロになり、SN 比は無限大になる。反転近傍の SN 比は、他  $N_0$  の SN 比の存在域から乖離し、要因効果に偏りが出るために最適条件の選択を誤りやすいと思われる。

この反転応答問題は、Hou<sup>[14]</sup> らにより指摘されたが具体的な解決方法はなかった。本研究の方法では、 $N_1, N_2$  の応答を積極的に交差させることでばらつきを低減しており、SN 比に対する反転問題の代替解決方法となると思われる。

### 6.2 実験数の削減ができる可能性

3: カンファレンス行列は因子数増減に 2 間隔で対応

べき乗型・混合型の 3 水準計画は、 $L_x, x=9, 18, 27, 36 \dots$  と 9 間隔で存在するのに対し、カンファレンス行列  $C_m$  の 3 水準計画は、 $m=4, 6 \dots$  から 22, 34 を除いて 50 までの全ての偶数に 2 間隔で存在する。

本研究の金属溶融事例の  $L_{18}$  (表・6) は空き列が 2

表・27 カンファレンス行列と混合直交表の実験数

比較	カンファレンス行列			混合型直交表			実験数 差
	$C_m$	実験数	空き列	直交表	実験数	空き列	
3水準 割付数	(m)	$2m+1(a)$	数	サイズL	L(b)	数	$[b-a]$
5	6	13	1	18	18	2	5
6	6	13	0			1	5
7	8	17	1			0	1
8	8	17	0	36	36	5	19
9	10	21	1			4	15
10	10	21	0			3	15
11	12	25	1			2	11
12	12	25	0			1	11
13	14	29	1			0	7

列,  $C_m$  (表・9) は空き列がなく, BGA 事例の  $L_{18}$  (表・17) は空き列が3列,  $C_m$  (表・18) は1列となっている. このように  $C_m$  は, 空き列の少ない実験計画となる.

設計で5~13個の3水準因子を割り付けるときのカンファレンス行列  $C_m$ :  $C_6, C_8, C_{10}, C_{12}, C_{14}$  と直交表  $L_{18}, L_{36}$  の実験数を比較し, その差を表・27に示す.

割り付ける3水準の因子数増減を, 直交表  $L_{18}, L_{36}$  はそのまま, 空き列の増減で対応する.

しかし, カンファレンス行列は, 3水準の因子数増減を2因子ごとにある  $C_m$  (計画行列) そのものを替えて対応する. したがってカンファレンス行列は, 実験計画の空き列と実験数を同時に少なくできる.

## 7. 結論および今後の課題と活動計画

本論文では, 制御因子とノイズ因子による2次の応答曲面モデルを想定し, 定数項, 制御因子とノイズ因子の1次主効果, および制御因子とノイズ因子の2因子間積項の効果を他の効果の交絡無しに不偏推定できる実験計画をカンファレンス行列を基に構成した. さらに, 一般化逆行列を用いた重回帰分析によって得られる各効果の最良線形不偏推定量を用いて設計のロバスト化を行う方法を提案した.

2事例を通じて,  $L_{18}$  によるパラメータ設計との比較を行った結果, 本論文の提案法によって, ばらつきの低減と実験回数の削減を同時に達成できる可能性が示唆された.

実験回数の削減につながるカンファレンス行列を用いた設計は, 特に繰り返し実験が困難な自動車などの輸送機器, 金属加工機械の設備研究などへの適用に期待が大きいと考えている. 実験回数の削減は最終的に生産原価の低減と開発期間の短縮を可能とし, 効率的な開発につながり得る.

注意点として, 本論文で, 比較のために取り上げたのは2つの事例のみであり, また, 最初の事例では, 表・7に見られるように帰係数の符号が誤差因子の水準  $N_1, N_2$  によって異なっている制御因子 (因子 D) が存在するため, 誤差因子の調合がうまくいっていない可能性がある. 従って, 提案した方法が従来の方法と比べて, どのような場合にどの程度優れているかは, さらなる事例や数理的な展開を進めることで今後明らかにしていく必要がある.

また, 本提案法は, 反転応答が生じていてもばらつき低減が可能であるという特長があるが, 反転応答がない場合において従来の手法と比較してどの程度優位性があるかを検証することも重要な課題である.

今後も具体的な設計事例を対象にしながら検証研究を継続していく.

## 謝辞

本論文に関して, 2名の査読者から本質的で重要なコメントを数多くいただいた. 深く御礼を申し上げる.

## 参考文献

- [1] 宮川雅巳, 吉田勝実 (1992): “ $L_{18}$  直交配列表における交互作用の出現パターンと割りつけの指針”, 「品質」, 22, [2], 124-130.
- [2] 宮川雅巳 (1993): “ $L_{36}$  直交配列表における主効果と交互作用の交絡パターンとその大きさ”, 「品質」, 23, [4], 416-421.
- [3] Xiao, L., Lin, D. K. J., and Bai, F. (2012): “Constructing Definitive Screening Design Using Conference Matrices”, *Journal of Quality Technology*, 44, [1], 2-8.
- [4] 鈴木理史, 田中研太郎, 宮川雅巳 (2014): “カンファレンス行列を用いた3水準スクリーニング実験における追加試行”, 「品質」, 44, [4], 65-74.
- [5] 田中研太郎 (2016): “カンファレンス行列と実験計画法”, 「品質」, 46, (1), 51-54.
- [6] Belevitch, V (1950): “Theorem of  $2n$ -Terminal Networks with Application to Conference Telephony”, *Electric Communication*, 26, 231-244.
- [7] Goethals, J. M., and Seidel, J. J. (1967): “Orthogonal Matrices with Zero Diagonal”. *Canadian Journal of Mathematics*, 19, 1001-1010.
- [8] 松浦峻 (2014): “調合誤差因子実験における応答平均と応答分散の推定精度”, 「品質」, 44, [1], 123-134.
- [9] 田口玄一・吉澤正孝 (1988): 「品質工学講座1 開発・設計段階の品質工学」, 日本規格協会.

- [10] 森輝雄, 林秀行, 田辺総一郎, 伊藤義朗 (2016): “ロバスト設計に対する直積から調合までのノイズ因子の変遷と課題”, 「日本品質管理学会第110回研究発表会研究発表要旨集」, 185-188.
- [11] 田口玄一, 横山巽子 (1988): 「品質工学講座4 品質設計のための実験計画法」第9章, 日本規格協会.
- [12] 杉山圭, 森輝雄, 河村敏彦 (2014): “統計モデルによる半導体BGA bumps接合のロバストパラメータ設計”, 「第22回品質工学研究発表大会論文集」, 174-177.
- [13] 橋本伸晃 (2000): “半導体 T-CSP の高信頼性事例”, 「エレクトロニクス学会誌」, 3, [2], 143-147.
- [14] Hou, X. S. (2002): “On the Use of Compound noise factor in parameter Design Experiments”, *Applied stochastic models in Business and Industries*, 18, [3], 225-243.
- [15] 森輝雄 (2014): “品質向上一設計段階でのばらつき低減方法の歴史と新しい手段への期待”, 「トヨタ紡織技法」, 8, 6-19.
- [16] MORI, T. (2018): “The 62% Problems of SN Ratio and New Conference Matrix for Optimization : To Reduce Experiments and Increase Reliability for Optimizations”, *Proceeding of the pacific Rim Statistical Conference in Korea for Production Engineering* 15-20 (Springer).
-